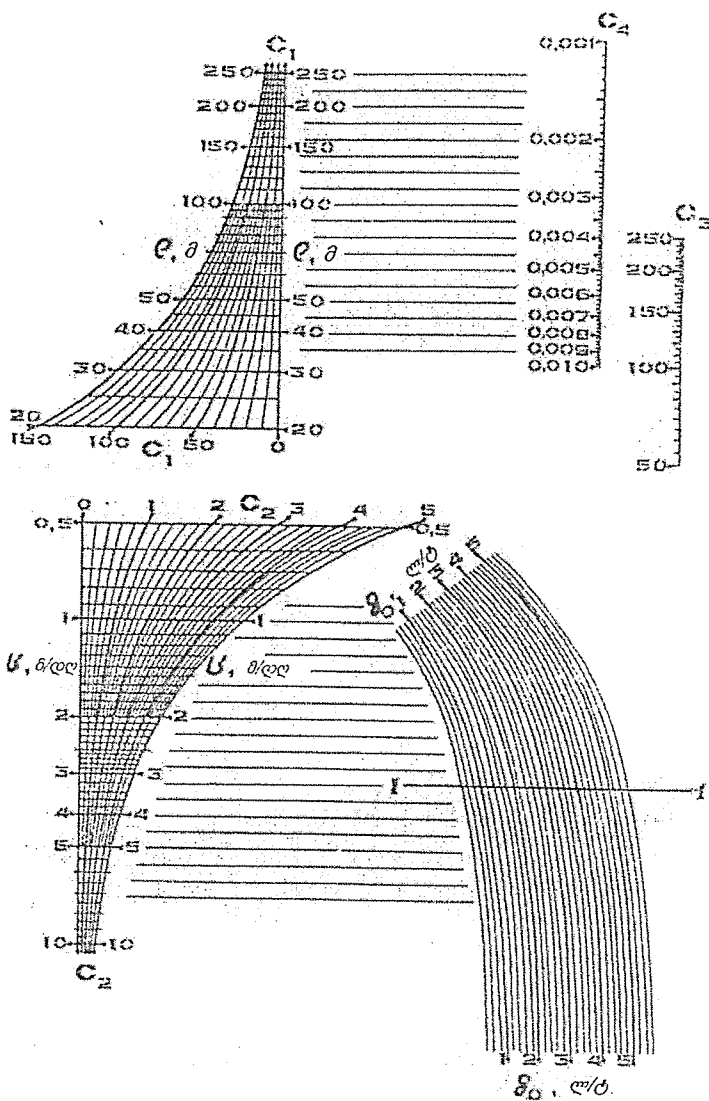


ბრავიკული მეთოდები გამოყენებით გეოდეზიაში



დავით
პეტრია
ავტორი
საქართველო
გ. ში
6/20-136.

მ. მუსხი

ბრავიკული მეთოდები
ბამოყენებით გეოდეზიაში

თბილისი 2013

ნაშრომში განხილულია გამოყენებითი გეოდეზიის ზოგიერთი ამოცანის გრაფიკული ამოხსნები. მოკლედ მოცემული თითოეული ამოცანის არსი და წარმოდგენილია მათი ამა თუ იმ ნომოგრაფიული ზერხით ამოხსნა. ხაზგასმულია ნომოგრამების როგორც საანგარიშო, ისე სამეცნიერო-კვლევითი მიზნით გამოყენება. მოკლედ აღმოცემული ნომოგრამების აგებისა და გამოყენების მეთოდებია. იგი შეიძლება სასარგებლო იყოს როგორც გეოდეზიური წარმოების პუშაკების, ისე მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის.

წინათქმა

თვალსაჩინოება — ყოველგვარი
შემეცნების აბსოლუტური ფუნდამენტია.
ი. პესტალოცი

მათემატიკურ მეცნიერებათა ცალკეული მიმართულებებისა თუ სპეციალიზაციების სულ უფრო მზარდმა მრავალსახეობამ ფართო გამოყენება პოვა მეცნიერებათა სხვადასხვა დარგში. ერთ-ერთ ასეთ მიმართულებას წარმოადგენს ნომოგრაფია — მათემატიკის ნაწილი, რომელიც შეისწავლის განსაკუთრებული სახის ნახაზების აგების თეორიასა და პრაქტიკას ნომოგრამების სახით და რომელიც საშუალებას გვაძლევს ამოვხსნათ რთული სახის განტოლებანი და განტოლებათა სისტემები გრაფიკულად. გარდა ამისა, ნომოგრაფია შეგვიძლია გამოვიყენოთ კვლევითი მიზნითაც.

სიტყვა „ნომოგრაფია“ ბერძნული წარმოშობისაა და „კანონის გრაფიკულ გამოსახულებას“ ნიშნავს. იგი ცალკე მიმართულებად გამოყვეს მათემატიკოსთა საერთაშორისო კონგრესზე პარიზში 1890წ.

წმინდა მათემატიკური დისციპლინიდან ნომოგრაფია გადაიქცა გამოყენებითი მეცნიერების დარგად, რომელიც ამარტივებს და თვალსაჩინოს ხდის საინჟინრო ამოცანების გადაწყვეტას.

ზოგადად, გრაფიკული მეთოდების და კერძოდ ნომოგრამების უპირატესობა ანალიზურ მეთოდებთან შედარებით მათ სიმარტივეში, პასუხის მიღების სისწრაფესა და, რაც მთავარია თვალსაჩინოებაში მდგომარეობს.

გრაფიკული მეთოდები, გამოთვლითი მიზნის გარდა გამოიყენება ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის. მაგალითად, მათი დახმარებით შესაძლებელია გამოვიკვლიოთ ცალკეული პარამეტრის გავლენა ფუნქციაზე, ფუნქციის ექსტრემალური თვისებები და ზოგჯერ ამ დამოკიდებულებათა ჩვენთვის ჯერ კიდევ უცნობი თავისებურებანი. აღნიშნული თვისება მნიშვნელოვანს ხდის მას სამეცნიერო-კვლევითი მუშაობისას.

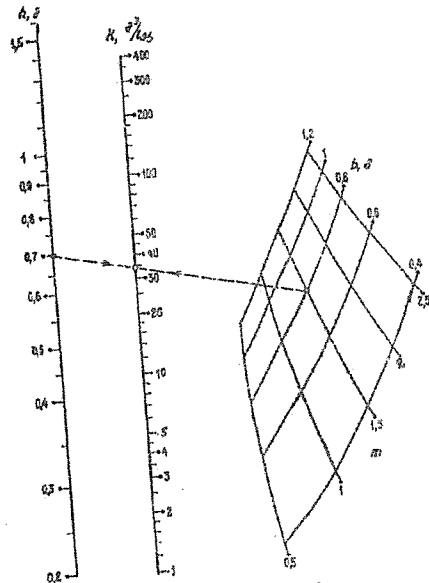
ნომოგრამა საშუალებას გვაძლევს კომპაქტურად წარმოვაღვინოთ მრავალცვლადიანი ფუნქცია და მრავალკომპონენტური ცხრილი. მათი დახმარებით იოლად იხსნება რთული სახის ტრანსცენდენტული განტოლებები. ამ დროს ამოხსნის სიზუსტე სრულად აკმაყოფილებს პრაქტიკულ მიზნებს, ხოლო იმ შემთხვევაში, როცა სიზუსტე არ გვაკმაყოფილებს, მათი გამოყენება შეიძლება მიახლოებითი გამოთვლებისთვის, კერძოდ, გეოდეზიაში ნულოვან მიახლოებათა განსასაზღვრავად.

როგორც აღვნიშნეთ, ნომოგრამა წარმოადგენს გამოთვლითი საშუალების მექანიზაციის ერთ-ერთ ყველაზე მარტივ და იაფ საშუალებას. მისი აგება რომელიმე რთული სახის ფუნქციონალური დამოკიდებულებისათვის განსაკუთრებით ხელსაყრელია მაშინ, როცა მრავალჯერადი გამოთვლები გვიხდება [1].

ცალკე აღნიშვნის ღირსია ნომოგრაფიის გამოყენება სამეცნიერო-კვლევითი მუშაობისას, კერძოდ, ფუნქციაში შემავალი პარამეტრების ექსტრემალური თვისებების ანალიზისათვის, აგრეთვე ემპირიული ფორმულის პარამეტრების დადგენის მიზნით. ეს უკანასკნელი ანალიზურად საკმაოდ რთული და შრომატევადი ამოცანაა და ხშირად უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით წყდება, მაშინ, როცა მისი მნიშვნელოვანად გამარტივებაა შესაძლებელი ნომოგრაფიული მეთოდის გამოყენებით.

ზოგადად ნებისმიერი ნომოგრამა საანგარიშო ინსტრუმენტი, რომლითაც მარტივად და სწრაფად, საინჟინრო მიზნებისათვის საკმარისი სიზუსტით, შეგვიძლია განვსაზღვროთ მოცემულ ფუნქციონალურ დამოკიდებულებაში შემავალი პარამეტრების განსაზღვრულ დიაპაზონში ცვლილების შედეგი. საანგარიშო ფორმულის დაყვანა ნომოგრაფიულად სახეზე, მისი ელემენტების კოორდინატების გამოთვლა და გრაფიკულად წარმოდგენა განსაზღვრულ შრომასა და დროს მოითხოვს, მაგრამ იგი მისი შემდგომში მრავალჯერადი გამოყენებით ანაზღაურდება [2].

არსებობს აზრი, რომ ნომოგრაფიამ თავისი შესაძლებლობები ამოწურა საყოველთაო კომპიუტერიზაციის ეპოქაში, რაც მართებულად არ მიგვაჩნია. ჩვენი აზრით, პირიქით კომპიუტერიზაციამ გაზარდა ნომოგრაფიის შესაძლებლობები მისი აგების გათვალისწინებით, ხოლო თვალსაჩინოების მხრივ უპირატესობა ამით არ შემცირებულა.



დაბოლოს, თუ ჩვენს წინაშე მდგომი საინჟინრო ამოცანა ექვემდებარება გრაფიკულად გამოსახვას, ამ გზით მისი ამოხსნა და გაანალიზება გაცილებით სასარგებლო იქნება, ვიდრე ანალიზური ამოხსნა. ამის კლასიკურ ილუსტრაციად მიგვაჩნია ტრაპეციული ფორმის სარწყავ არხში წყლის ხარჯის განსაზღვრელი ვეებერთელა და ანალიზური ამოხსნისათვის მოუხერხებელი ემპირიული ფორმულის კომპიუტერის დახმარებით აგებული ნომოგრამა, რომელსაც აქვე ვთავაზობთ [1]. ნომოგრამის სიზუსტეზე პასუხს არ ვაგებთ, რადგან იგი წინადასა აღებული.

ნომოგრამა აგებულია ემპირიული დამოკიდებულებისათვის

$$K = 50(bh + mh^2) \left(\frac{bh + mh^2}{b + 2\sqrt{1 + m^2}h} \right)^{0.223 - 0.031 \sqrt{\frac{bh + mh^2}{b + 2\sqrt{1 + m^2}h}}}$$

სადაც k არის წყლის ხარჯის მოდული $n = 0.02$ ზორკლანობის კოეფიციენტის დროს c შეზის კოეფიციენტისათვის პავლოვსკის სრულ ფორმულაში; b - ტრაპეციის ფორმის არხის სიგანეა ფსკერზე; m - ფერდობის ქვედებულის კოეფიციენტი; h - არხში წყლის სიღრმე. ნომოგრამაზე წვეტილი ხაზით ნაჩვენებია ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მაგალითი: $h = 0.7$ მ, $b = 0.8$ მ, $m = 1.5$. პასუხი $k = 34$ მ³/სეკ.

როგორც ვხედავთ, ნომოგრამის უპირატესობა ანალიზურ ამოხსნასთან შედარებით აშკარაა პასუხის მიღების სიმარტივით, სისწრაფით, თვალსაჩინოებით და ფორმულაში შემავალი ცვლადების შედეგზე გავლენის ანალიზის შესაძლებლობით.

შესავალი

ნაშრომში წარმოდგენილი ნომოგრაფიული მეთოდებით გადაწყვეტილი საინჟინრო გეოდეზიური ამოცანები გროვდებოდა წლების განმავლობაში. მათგან ნაწილი წარმოდგენილი იყო სტუდენტების მიერ სამეცნიერო კონფერენციებზე, ნაწილი შედიოდა სტუდენტთა სადიპლომო გეგმარებასა თუ სამაგისტრო ნაშრომებში, ზოგიერთი კი წარმოდგენილი იყო ჩემს სადისერტაციო ნაშრომსა [3] და სამეცნიერო სტატიებში [4,5].

ცალკე წიგნად გამოცემის იდეა დიდხანს (30 წელზე მეტი) მწიფდებოდა და ძირითადი მიზეზი, რომელმაც მას ბიძგი მისცა, იყო საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანების გრაფიკულად ამოხსნის თვალსაჩინოება, რომელიც ძალზე მნიშვნელოვანია საკითხის შემეცნებისა და გაანალიზებისათვის. ასეთი ანალიზის ძირითადი მიზანია მონაცემთა წარმოდგენა კომპაქტური და მარტივი ფორმით, რომელიც საშუალებას მოგვცემს გამოვავლინოთ პროცესის ან მოვლენის სიღრმეში არსებული კავშირები და კანონზომიერებანი.

იმის მიუხედავად, რომ კომპიუტერიზაცია ღრმად იჭრება ცხოვრების ყველა სფეროში, ელემენტარული გრაფიკული ანალიზი არ კარგავს თავის მნიშვნელობას. კომპიუტერი საშუალებას გვაძლევს სწრაფად შევასრულოთ რთული გამოთვლები და დავამუშავოთ ინფორმაციის დიდი მასივები, მაგრამ იგი ვერ გვეჩმარება ჩაწვდეთ ამოცანის ამოხსნის არსში, იმაში თუ „რას ამბობენ“ მონაცემები და როგორ მოქმედებენ ისინი საბოლოო შედეგზე ანუ მოკლებულია თვალსაჩინოებას.

საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანების ამოხსნისას გრაფიკულ მეთოდებს ანალიზურთან შედარებით გააჩნიათ რიგი უპირატესობანი - შეგვიძლია საკმაოდ მარტივად ამოვხსნათ რთული მრავალცვლადიანი განტოლებები ან განტოლებათა სისტემები; ჩავატაროთ ფუნქციონალური ანალიზი ფორმულაში შემავალი არგუმენტების ოპტიმალურ მნიშვნელობათა დადგენის მიზნით; დაავადინოთ ემპირიული ფორმულის პარამეტრების სიდიდეები და სხვა. ჩამოთვლილ ამოცანათა გადაწყვეტისას პასუხების მიღების სისწრაფე, მოხერხებულობა, სიმარტივე და თვალსაჩინოება საშუალებას გვაძლევს წარმატებით გამოვიყენოთ ისინი ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის გეოდეზიურ სამუშაოთა ოპტიმალური დაპროექტების დროს. რაც შეეხება გრაფიკული გამოთვლების სიზუსტეს, იგი საკმარისია პრაქტიკული მიზნებისათვის.

პირველ ნომოგრამებს, გაფორმებულებს ხელსაწყოს სახით, ჯერ კიდევ შუასაუკუნეებში იყენებდნენ. 1884წ. ოკანმა მიიღო გასწორებული წერტილების პირველი ნომოგრამა და შემდგომ თავის შრომებში, ფაქტიურად საფუძველი ჩაუყარა ნომოგრაფიას.

1906წ. ნ. გერსევანოვმა პირველმა გამოიყენა თანაბრად დაშორებული წერტილების ნომოგრამა [6].

1912წ. გრონვალმა იპოვა სამცვლადიანი განტოლების სწორხაზოვანი ბადური ნომოგრამით წარმოდგენის პირობები.

1921წ. გამოქვეყნდა სოროს ფუნდამენტური ნაშრომი ნომოგრაფიაზე.

1922-1931წწ. დაიბეჭდა მარგულისის შრომები ტრანსპარანტული ნომოგრამების შესახებ.

1951წ. ესპანელმა ნომოგრაფებმა ნიეტომ და ურსელამ შემოგვთავაზეს ბარიცენტრული და რომბოიდული ნომოგრამები.

ნომოგრაფიის შემდგომ განვითარებაში დიდი წვლილი მიუძღვით რუს ნომოგრაფებს პ.ე. მელენტიევს, ი.ნ. დენისიუკს, ნ.ა. და ა.ა. გლაგოლევივს, მ.ე. პენტკოვსკის, გ.ს. ხოვანსკის, ლ.ს. ბლოხს და სხვ.

ტარდება კონფერენციები ნომოგრაფიის ახალი იდეებისა და მიმართულებების ურთიერთგაზიარების მიზნით.

ბოლო წლებში ფართო ასპარეზი გაეხსნა კომპიუტერულ ნომოგრაფიას.

ნომოგრაფიაში ცნობილი მრავალრიცხოვანი ტიპის ნომოგრამებიდან ჩვენ მიერ წინამდებარე წიგნში გამოყენებულია ძირითადად ბადური, გასწორებული წერტილებისა და ტრანსპარანტული ნომოგრამები, აგრეთვე მათი ქვეტიპები. მაგალითად, ბადური ტიპის შემთხვევაში – დეკარტის აბაკი, გასწორებული წერტილების ტიპის დროს – სკალებიანი და ბინარულველებიანი და ტრანსპარანტული ტიპისას – გამჭვირვალე და გაუმჭვირვალე ტრანსპარანტების მქონე ნომოგრამები. თითოეული ამ ტიპისა თუ ქვეტიპის ნომოგრამა წამოდგენილია წიგნში სათანადო გეოდეზიური ამოცანით.

ამა თუ იმ გეოდეზიური ამოცანის მათემატიკური მოდელების შერჩევამ ნომოგრაფიებისათვის განაპირობა წიგნის სტრუქტურა.

პირველი თავი დამხმარეა. იგი შეიცავს იმ აუცილებელ ცნობებს ზოგადად ნომოგრაფიისა და კერძოდ გამოყენებული ტიპის ნომოგრამების აგების მეთოდის შესახებ, რომლებიც საჭიროა წიგნის გამოყენებისას.

მეორე თავში წარმოდგენილია ის გეოდეზიური ამოცანები, რომელთა გრაფიკული ამოხსნისთვის გამოყენებულია ბადური ტიპის ნომოგრამები.

მესამე თავი აერთიანებს იმ საინჟინრო-გეოდეზიურ ამოცანებს, რომელთა ამოხსნისათვის გამოყენებულია გასწორებული წერტილების ნომოგრამები.

მეოთხე თავი ყველაზე დიდი მოცულობისაა და მასში წარმოდგენილია ყველა ის გეოდეზიური თუ სამარკეშიდერო ხასიათის ამოცანები, რომელთა ამოხსნა და ანალიზი მოცემულია ტრანსპარანტული ნომოგრამების გამოყენებით. აქ წარმოდგენილია ტრანსპარანტული ტიპის ნომოგრამების მრავალფეროვნება დაწყებული მარტივი სახაზავის ტიპის გაუმჭვირვალე ტრანსპარანტის შემცველი ნომოგრამებიდან დამთავრებული ბინარულველებიანი გამჭვირვალე ტრანსპარანტის შემცველი ნომოგრამით.

მეორე, მესამე და მეოთხე თავები აგებულია ერთი და იგივე სქემით. თითოეული თავი შედგება იმ ამოცანების შემცველი პარაგრაფებისგან, რომელთა ამა თუ იმ ნომოგრამით წარმოდგენა გვაქვს გათვალისწინებული.

თითოეული პარაგრაფი შედგება ნომოგრაფირებადი ამოცანის მოკლე არსისგან, ფუნქციონალური დამოკიდებულების ნომოგრამიზაციისათვის საჭირო კანონიკურ სახეზე დაფანისგან, გრაფიკულად წარმოდგენილი ამოხსნისგან, ნახაზით სარგებლობის გასაღებისგან და ნომოგრამის ანალიზისგან.

მონოგრაფია განკუთვნილია მაგისტრანტების, დოქტორანტების, გეოდეზიით დაინტერესებულ მეცნიერ-მუშაკებისა და პრაქტიკოსი ინჟინერ-გეოდეზისტებისათვის. იგი შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდეს უმაღლესი სკოლებისა და პროფესიულ-ტექნიკური განათლების მასწავლებლებისა და სტუდენტებისათვის.

იმ მკითხველებისთვის, რომლებიც მხოლოდ წიგნში წარმოდგენილი ნომოგრამებით ისარგებლებენ, საკმარისია გაეცნონ მეორე, მესამე და მეოთხე თავებს და გამოტოვონ პირველი თავი. ეს უკანასკნელი კი დასჭირდება იმ მკითხველებს, რომლებიც აღწერილი მეთოდისა და დამატებით წიგნის ბოლოს მითითებული ლიტერატურის დახმარებით მოინდომებენ ააგონ იგივე ან სხვა ფორმულის შესაბამისი ნომოგრამები ფორმულაში შემავალი პარამეტრების ცვლილებათა სხვა დიაპაზონში ან ააგონ სხვა, მსგავსი ტიპის დამოკიდებულებათა ნომოგრამები.

წიგნის მე-2 თავის ნომოგრამების კომპიუტერული უზრუნველყოფა ექუთვნის გ. ნემსიწვერიძეს, რისთვისაც მადლობას ეუხდით.

წინამდებარე წიგნი გეოდეზიაში გრაფიკული მეთოდების გამოყენების შესახებ პირველი ცდაა ქართულ ენაზე და ამდენად დაზღვეული ვერ იქნება შეცდომებისაგან.

ავტორი მადლობით მიიღებს მკითხველის შენიშვნებსა და რჩევებს.

თავი 1. ძირითადი ცნობები ნომოგრაფიაში

თავში მოცემულია ის აუცილებელი ცნობები ნომოგრაფიის შესახებ, რომლებიც საჭიროა წინამდებარე წიგნის გაცნობისას. ეს მკითხველს სპეციალური ლიტერატურის მოძიებისა და გაცნობის აუცილებლობას ნაწილობრივ აარიდებს.

აქ განხილულია ძირითადი ცნობები და ცნებები ნომოგრაფიის შესახებ ზოგადად და იმედგეროდ, კონკრეტულად იმ კლასის ნომოგრაფიის შესახებ, რომლებიც გამოყენებულია წიგნში გეოდეზიისა და მარკშიდერის ამა თუ იმ კონკრეტული საინჟინრო ამოცანის ნომოგრაფიული მეთოდებით გადაწყვეტისათვის. ეს მეთოდებია ბალური, გასწორებული წერტილებისა და ტრანსპარანტული ტიპის ნომოგრაფები.

თითოეული ამ ტიპის ნომოგრაფიისათვის გამოყენებულია დამოკიდებულებანი, რომლებიც შეიძლება წარმოდგენილი იქნენ ამ კლასის ნომოგრაფებით. ამ დამოკიდებულებებს კანონიკური ფორმები ეწოდებათ. მათთვის ცნობილია ნომოგრაფის ელემენტების განტოლებანი, რომლებიც ცვლადების გარდა შეიცავენ გარდამქმნელ პარამეტრებს, ზოგჯერ რომელიმე ცვლადის ნებისმიერ ფუნქციასაც. ამ უკანასკნელთა დანიშნულებაა ნომოგრაფის მისცეს პრაქტიკული გამოყენებისათვის მოხერხებული ფორმა.

მოცემული ფუნქციონალური დამოკიდებულებისათვის ნომოგრაფის კონსტრუირება სამი ეტაპისაგან შედგება: პირველი ეტაპია დამოკიდებულების მიყვანა ერთ-ერთ კანონიკურ სახეზე; მეორე ეტაპია ნომოგრაფის ასაგები პარამეტრებისა და ნებისმიერი დამხმარე ფუნქციის სახის შერჩევა ნომოგრაფის ელემენტების განტოლებებში; მესამე ეტაპია ასაგები ნომოგრაფის ანგარიში მისი ელემენტების განტოლებების მიხედვით და გამოხატვა. ბოლოს ნომოგრაფმა მარაგდება სარგებლობის გასაღების სქემით.

დაბოლოს, თავში გაანალიზებულია ნომოგრაფების დახმარებით საინჟინრო-ტექნიკური გამოთვლების სიზუსტის საკითხი.

1.1. ნომოგრაფია და მისი შესაძლებლობები

ნომოგრაფია ბერძნული წარმოშობის სიტყვაა და *nomos* - კანონს, ხოლო *grapho* - აღწერას, ნახაზს ნიშნავს. იგი ითვლება მათემატიკის განყოფილებად, რომელიც შეისწავლის განსაკუთრებული სახის ნახაზების, ე.წ. ნომოგრაფების აგების თეორიასა და პრაქტიკულ ხერხებს [7]. მათი საშუალებით შესაძლებელია ანალიზური გაანგარიშების გარეშე მივიღოთ განტოლების მიახლოებითი ამოხსნა ან ფუნქციის მიახლოებითი მნიშვნელობა. ეს კი სრულდება უმარტივესი გეომეტრიული ოპერაციით - განსაზღვრულ წერტილებზე სახაზავის დადებით და სათანადო სკალაზე პასუხის ამოკითხვით.

სუფთა მათემატიკური დისციპლინიდან ნომოგრაფია გადაიქცა გამოყენებით დარგად, რომლის დაუფლებაც მნიშვნელოვნად ამარტივებს ნებისმიერ საინჟინრო გაანგარიშებას. მისი ცოდნა გამოსადეგია არა მარტო საანგარიშო ინჟინრული ნომოგრაფების აგებისათვის, არამედ სხვადასხვა კვლევების ჩატარებისას ცვალებად ფაქტორებს შორის დამოკიდებულებათა განსაზღვრისათვის და ზოგადად, ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა მეცნიერული ანალიზისათვის.

თითოეული ნომოგრაფა აიგება კონკრეტული ფუნქციონალური დამოკიდებულებისათვის. ის გამოთვლითი სამუშაოების მექანიზაციის მარტივ და იაფ საშუალებას წარმოადგენს. მისი აგება

რომელიმე კონკრეტული ფორმულისათვის განსაკუთრებით ხელსაყრელია მაშინ, როცა მისი მრავალგზის გამოყენება გვიხდება. გამოთვლითი მიზნებისათვის ნომოგრაფის გამოყენების არც განისაზღვრება პასუხის მიღების იმ სიზუსტით, რომელსაც ის იძლევა. ეს სიზუსტე კი დამოკიდებულია ნომოგრაფიარეზანი ფორმულის სახეზე, ფორმულაში შემავალი ცვლადების ცვლილებათა დიაპაზონზე, ნომოგრაფის ტიპზე, ნომოგრაფის ასაგები პარამეტრების შერჩეულ სიდიდეებზე, ე. ი. ნომოგრაფის ზომებზე, ღერძების მიმართ განლაგებაზე, კონფიგურაციაზე და ა.შ.

მიღებულია, რომ პრაქტიკული გამოთვლებისათვის ნომოგრაფა იძლევა საკმარის სიზუსტეს, რადგანაც მას საშუალოდ შეუძლია უზრუნველყოს პასუხის მიღება 2-3 ზუსტი ნიშნადი ციფრით. ხელსაყრელ ვითარებაში ნომოგრაფა ზოგჯერ 4 ნიშნად ციფრსაც კი იძლევა.

ამასთან, მხედველობაშია მისაღები ის გარემოება, რომ ნომოგრაფებისათვის დამახასიათებელია პასუხების მიღების სხვადასხვა სიზუსტე მოცემულ სიდიდეთა სხვადასხვა კომბინაციებისათვის.

ნომოგრაფის აგებისას განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს ცვლადების ცვლილების დიაპაზონის შერჩევას. არასასურველია ცვლილებათა ზღვრების როგორც გაფართოება, ისე შემცირება. ზოგჯერ მიზანშეწონილია ფუნქციის ცვალებადობის ზღვარი ავიღოთ არასრული, რადგან ამ შემთხვევაში ვლუბულობთ ისეთი კონსტრუქციის ნომოგრაფს, რომელიც უზრუნველყოფს გამოთვლების წინასწარ მოცემულ სიზუსტეს [8].

გამოთვლითი მიზნებისათვის ნომოგრაფების გამოყენებისას ყველაზე ხელსაყრელად მიჩნეულია გასწორებული წერტილებისა და ტრანსპარანტული ტიპის ნომოგრაფები [9].

ცნობილია, რომ საინჟინრო-ტექნიკური გამოთვლებისათვის შედგენილია უამრავი საცნობარო ცხრილები. მათი შედგენისა და გამოყენებისას ვაწყდებით მთელ რიგ სირთულეებს, რომელთაგან ბევრი მოიხსნება, თუ მათ მაგივრად ნომოგრაფებს გამოვიყენებთ.

საცნობარო ცხრილების წარმოდგენას ნომოგრაფების სახით გააჩნია რიგი უპირატესობანი [2]:

- 1) ნომოგრაფის აგება და გამოყენება ნაკლებ შრომატევადია, ვიდრე საცნობარო ცხრილების შედგენა;
- 2) ცხრილში შემავალი პარამეტრების რაოდენობა შეზღუდულია (2-3), მაშინ, როცა ნომოგრაფა შეიძლება აიგოს გაცილებით მეტი ცვლადის დროს;
- 3) საცნობარო ცხრილები გვაძლევენ ფუნქციის მნიშვნელობას ცვლადების ფიქსირებული მნიშვნელობებისათვის. შუალედი სიდიდეები მიიღება ინტერპოლაციით, რისთვისაც ცვლადების ცვლილებათა კანონები უნდა ვიცოდეთ, მაშინ, როცა ნომოგრაფის გამოყენებისას არავითარ პრობლემას არ წარმოადგენს ფუნქციის მნიშვნელობის გაგება ცვლადის ნებისმიერი მნიშვნელობისას მისი ცვალებადობის მთელ დიაპაზონში.
- 4) საცნობარო ცხრილით „შებრუნებული ამოცანის“ (ფუნქციის მნიშვნელობით ცვლადების მნიშვნელობათა გაგება) გადაწყვეტა 2-3 შემავალი არგუმენტისათვის საკმაოდ შრომატევადი ამოცანაა. ნომოგრაფით სარგებლობისას ცვლადების ნებისმიერი რაოდენობის დროს იგივე ამოცანის გადაწყვეტა არავითარ სირთულეს არ წარმოადგენს.

გამოთვლითი მიზნის გარდა, ნომოგრაფების გამოყენება შეიძლება სამეცნიერო-კვლევითი მიზნითაც, კერძოდ მათი დახმარებით შეგვიძლია მივიღოთ ახალი შედეგები ცოდნის იმ დარგში, რომელშიც ის გამოიყენება. ასეთი შედეგების მისაღებად ნომოგრაფიაში სამი გზა არსებობს. პირველი გზა მდგომარეობს ყველა იმ დაშვებების რევიზიაში, რომლებსაც ეყრდნობოდნენ

როგორც ამოცანის დასმისას, ისე ფორმულის მიღებისას. ამა თუ იმ გამამართლებელი დაშვების მიღება ხშირად გამოწვეულია სურვილით — მივიღოთ გამოთვლისათვის ხელსაყრელი ფორმულა, მაგრამ ასეთი ფორმულა შეიძლება არ აღმოჩნდეს ნომოგრაფირებადი და, პირიქით, რთულ და გამოთვლებისათვის მოუხერხებელ ფორმულას შეიძლება მარტივი ნომოგრამა ჰქონდეს. ამიტომ, როცა ვაპირებთ რომელიმე ამოცანის ნომოგრაფირებას, უნდა გადავხედოთ ფორმულის გამოყენების მიღებულ დაშვებებს და მოვასწავოთ კორექტირება (ახალი დაშვების მიღება ან უარყოფა). ამ დროს შესაძლოა უფრო რთული სახის, მაგრამ კორექტული ფორმულა მივიღოთ, რომლის სირთულე ანაზღაურდება ნომოგრამის სიმარტივეთ. თუ ამ დროს აღმოჩნდა, რომ მიღებული დამოკიდებულების ნომოგრაფირებად სახეზე დასაყვანად ნაკლები გამამართლებელი დაშვებები მივიღეთ, ვიდრე ანალიზური გამოთვლებისათვის ხელსაყრელ სახეზე დასაყვანად იყო დაშვებული, მაშინ ეს უკვე ახალი მეცნიერული შედეგია. მეორე გზა — იმ ფორმულების ნომოგრაფირება, რომლებიც თავისი სირთულის და მოუხერხებლობის გამო პრაქტიკულ გამოყენებას ვერ ჰპოულობენ. ნომოგრაფირება მათ უბრუნებს პრაქტიკული გამოყენების სფეროს. მესამე გზა ნომოგრამების აგება ამა თუ იმ ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზის მიზნით.

ფუნქციონალური დამოკიდებულების ანალიზისას ნომოგრამების დახმარებით, ჩვეულებრივ, ასრულებენ ერთ-ერთს ქვემოთ ჩამოთვლილი ამოცანებიდან:

- 1) ფორმულაში შემაჯალი ზოგიერთი პარამეტრის გაუქმების დადგენა სხვა პარამეტრებზე;
 - 2) ნომოგრაფირებული ფორმულის ადრე ცნობილი თვისებებისათვის თვალსაჩინო გეომეტრიული ინტერპრეტაციის მიცემა;
 - 3) მოცემული ფორმულის ადრე უცნობი თვისებებების დადგენა ნომოგრამის დახმარებით.
- ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის გათვალისწინებულმა ნომოგრამებმა უნდა მოგვცეს ამ დამოკიდებულებათა თვალსაჩინო გეომეტრიული გამოსახულება. სიზუსტის საკითხი ამ დროს გადადის უკანა პლანზე. ცვლადების ცვალებადობათა ზღვრები ნომოგრამაში სასურველია გვქონდეს სრული, რომ მოვიცვათ ანგარიშისას ყველა შესაძლო შემთხვევა. ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის ყველაზე ხელსაყრელია გასწორებული წერტილებისა და ტრანსპარანტული ტიპის ნომოგრამები. ასეთი ანალიზისათვის ფართო ასპარეზი ემპირიული ფორმულების პარამეტრების რაოდენობრივი მახასიათებლების შერჩევის ამოცანებში იხსნება.

წინამდებარე წიგნში ამ საკითხს ეხება მე-4 თავის ამოცანები. კერძოდ, ემპირიული ფორმულის პარამეტრების დადგენის საკითხს ეხება 4.3; 4.4; 4.5 და 4.6 ნახაზებზე წარმოდგენილი ამოცანები, ხოლო პარამეტრების ოპტიმალურ მნიშვნელობათა დადგენის საკითხს ანუ, რაც იგივეა, ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ექსტრემალური თვისებების აკლემის საკითხს ეხება 4.7 ნახაზზე წარმოდგენილი ამოცანა.

საერთოდ, ნომოგრამების გამოყენებას სამეცნიერო-კვლევითი მიზნით გააჩნია საკმაოდ ფართო ასპარეზი და იგი ზემოჩამოთვლილით არ ამოიწურება. დაინტერესებულ მკითხველს ამ მიზნით შეუძლია გამოიყენოს სპეციალური ლიტერატურა [10, 11].

1.2. ნომოგრაფიის ძირითადი ცნებები

ნომოგრაფია ფორმულის სახით ჩამოყალიბებული კანონის გრაფიკულად გადმოცემას ნიშნავს. სხვანაირად, იგი ცვლადებს შორის ფუნქციონალური დამოკიდებულების გეომეტრიული გამოსახულებაა, რომლის დახმარებით ფუნქციის მნიშვნელობა მიიღება ნომოგრამაზე წარმოდგენილი ცვლადების გამომსახველი წირებისა და წერტილების განსაზღვრული ურთიერთანაფარდობით.

წირებსა და წერტილებს ნომოგრამაზე მიეწერებათ რიცხვითი მნიშვნელობები, რომლებიც შეიძლება ცვლადებზე მიიღონ.

ნომოგრაფიაში გამოიყენება ჩანაწერის და ჩანიშნულის ცნებები. ჩანაწერი ეწოდება ცვლადის იმ მნიშვნელობას, რომელიც მიეწერება წერტილს ან წირს, ხოლო თვით წერტილს ან წირს ჩანიშნული ეწოდება.

ნებისმიერი ნომოგრამა შედგება მარტივი ელემენტებისაგან: სკალა, ბინარული ველი, წირთა ოჯახი, ცალკეული წირი და წერტილი. სკალის მაგალითებია სახაზავი, თერმომეტრი, გეოდეზიური ხელსაწყოების ლიშბი და სხვ. ბინარული ველის ტიპური მაგალითია პარალელებისა და მერიდიანების ბადე გეოგრაფიულ ან ტოპოგრაფიულ რუკაზე.

ნომოგრამით სარგებლობის ხერხი შემდეგში მდგომარეობს: სკალაზე, ბინარულ ველებში ან წირთა ოჯახებში პოულობენ მოცემულ წერტილებს ან წირებს; შემდეგ ასრულებენ უმარტივეს გეომეტრიულ ოპერაციებს ნომოგრამის გასაღებით განსაზღვრულს და პოულობენ ერთ ან რამდენიმე საპასუხო წერტილს სკალაზე, ბინარულ ველებში ან წირთა ოჯახებში, სადაც კითხულობენ ერთ ან რამდენიმე პასუხს.

ნომოგრამას, რომელშიც პასუხი ან პასუხები ერთი გეომეტრიული ოპერაციის შედეგად მიიღება, ელემენტარული ნომოგრამა ეწოდება, ხოლო ერთიდაიგივე ან სხვადასხვა ტიპის რამდენიმე ელემენტარული ნომოგრამისაგან კომბინირებულს — შედგენილი.

პრაქტიკაში ელემენტარული ნომოგრამების რამდენიმე ტიპია ცნობილი: ფუნქციის გრაფიკი, ორმაგი სკალა, ბადის ტიპის, გასწორებული წერტილების, თანაბრად დაშორებული წერტილების, საცირკულე, ბარიცენტრული, რომბოიდალური, ორიენტირებული და საერთო სახის ტრანსპარანტული ტიპის ნომოგრამები.

თითოეული ტიპის ელემენტარულ ნომოგრამას აქვს თავისი გეომეტრიული დასაბუთება და ისინი საკმაოდ მარტივ პრინციპზეა დამყარებული: ასე, მაგალითად, ფუნქციის გრაფიკიდან იოლად მიიღება მისი სახეცვლილება — ორმაგი სკალა; ფუნქციის გრაფიკის განზოგადებას მივყევართ ბადური ტიპის ნომოგრამასთან; სამი წერტილის ერთ სწორზე განლაგების, ანალიზური გეომეტრიიდან ცნობილ პრინციპს მივყევართ გასწორებული წერტილების ნომოგრამასთან; ორ წერტილს შორის მანძილის ფორმულას — საცირკულე და თანაბრად დაშორებულ წერტილებთან ნომოგრამებთან; ორი წრფის პარალელურობისა და პერპენდიკულარობის პირობას — პარალელურ და ჯვრისმსგავს ინდექსებთან ნომოგრამებთან; მოცემული თანაფარდობით მონაკვეთის გამკვეთი წერტილის კოორდინატების ფორმულას — ბარიცენტრულ ნომოგრამასთან; პარალელურობის მეოთხე წვეროს კოორდინატების დანარჩენი სამი წვეროს კოორდინატებით განმსაზღვრელ ფორმულას — რომბოიდალურ ნომოგრამასთან, ხოლო დეკარტის კოორდინატების, ღერძების მობრუნების გარეშე და ღერძების მობრუნებით გარდაქმნელ ფორმულებს — შესაბამისად, ორიენტირებულ და საერთო სახის ტრანსპარანტულ ნომოგრამებთან.

გავეცნოთ, ნომოგრამის მარტივ ელემენტებს. სკალა ეწოდება სწორ ან მრუდ წირს, მასზე განსაზღვრული მათემატიკური კანონზომიერებით დატანილი შტრიხებით. სხვაანაირად, სკალა წარმოადგენს ერთ პარამეტრზე დამოკიდებულ ჩანაწერულ წერტილთა სიმრავლეს. წირს, რომელზეც სკალაა დაგრაფირებული, სკალის შემცველი ან სკალის მატარებელი ეწოდება.

მანძილს ორ მეზობელ შტრიხს შორის სკალის დანაყოფი ეწოდება, ხოლო ორი მეზობელი შტრიხის შესაბამის რიცხვით მნიშვნელობათა შორის სხვაობას — დანაყოფის საფასური ჰქვია. რიცხვითი წარწერის გარეშე სკალაზე დატანილ შტრიხს — მუნიჯი შტრიხი ეწოდება. ასევე სკალას, რომელიც დაგრაფირების გარეშე — მუნიჯი სკალა ეწოდება და აღინიშნება რომელიმე ერთიანით (I).

ორ უახლოეს რიცხვით წარწერას (ორ ჩანაწერს) შორის არსებული მუნიჯი შტრიხების დანაყოფების საფასური ერთნაირი უნდა იყოს, მაგრამ არ არის აუცილებელი ასეთივე იყოს იგი სხვა ნებისმიერ ორ ჩანაწერს შორის არსებული მუნიჯი შტრიხებისათვის.

სკალას, რომლის შტრიხებს შორის მანძილები ტოლია, თანაბარზომიერი სკალა ეწოდება. თანაბარზომიერი სკალის მთელ სიგრძეზე დანაყოფის საფასური მუდმივია და ამდენად, მუდმივია სკალის მთელ სიგრძეზე ანათვლის ალების აბსოლუტური ცდომილება.

როდესაც სკალის დანაყოფები, რომელთაც ერთიდაიგივე საფასური აქვთ სკალის მთელ სიგრძეზე, იცვლება განსაზღვრული მათემატიკური დამოკიდებულებით, ასეთ სკალას არათანაბარზომიერი სკალა ეწოდება და მის მთელ სიგრძეზე ანათვლის ალების აბსოლუტური ცდომილებები სხვადასხვაა. ასეთი სკალის მაგალითია ლოგარითმული სკალა.

როგორც თანაბარზომიერი, ისე არათანაბარზომიერი სკალები გამოხატავენ იმ სიდიდის ცვლილების კანონს, რომლისთვისაცაა იგი აგებული. ცვალებადობის ეს კანონი გამოისახება ფორმულით, რომელსაც სკალის განტოლება ეწოდება.

სკალის სიგრძე დამოკიდებულია იმ სიდიდის ზღვრულ მნიშვნელობებზე, რომლისთვისაც იგი აიგება, აგრეთვე მისი აგებისათვის შერჩეულ მასშტაბზე. ამ მასშტაბს სკალის მოდული ეწოდება და იმ მონაკვეთის სიგრძის ტოლია, რომელიც სიდიდის ერთეულს შეესაბამება. სკალის მოდულის განზომილებაა მმ. სკალებზე მიღებულია 1, 2 და 5-ის ჯერადი დანაყოფის საფასური. დანაყოფის ოპტიმალური სიგრძეა — 1-5 მმ-ის ზღვრებში. საუკეთესოდ მიჩნეულია 2-3 მმ, რადგან ამ დროს თვალი იოლად ახდენს ინტერპოლაციას.

სკალების გამოყენებისას ორი ამოცანის გადაწყვეტა გვიხდება — პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანების.

პირდაპირი ამოცანა მდგომარეობს სკალაზე წერტილის პოვნაში მისი რიცხვითი მნიშვნელობით. ამ დროს შესაძლებელია სამი შემთხვევა: 1) სკალაზე იმყოფება შტრიხი მოცემული რიცხვითი მნიშვნელობის შესაბამისი წარწერით; 2) სკალაზე იმყოფება შტრიხი წარწერის გარეშე (მუნიჯი შტრიხი); 3) სკალაზე შტრიხი არ არის. პირველ და მეორე შემთხვევაში ამოცანა მარტივად წყდება, რაც შეეხება მესამე შემთხვევას — ვიპოვოთ საძიებო სიდიდეზე მეტ და ნაკლებ შტრიხებს სკალაზე და მოვახდენთ თვალთ ინტერპოლაციას.

შებრუნებული ამოცანა მდგომარეობს სკალაზე ჩანაწერული წერტილის რიცხვითი მნიშვნელობის დადგენაში. ამ დროსაც სამი შემთხვევაა შესაძლებელი: 1) წერტილი ემთხვევა წარწერილ შტრიხს; 2) წერტილი ემთხვევა მუნიჯ შტრიხს; 3) წერტილი იმყოფება შტრიხებს შორის. პირველი ორი შემთხვევა მარტივია, მესამე შემთხვევის დროს წერტილის შესაბამის რიცხვით მნიშვნელობას ვპოულობთ მეზობელ შტრიხებს შორის ინტერპოლაციით.

ნომოგრამის აგებისას სკალების გრაფირება ისე უნდა მოხდეს, რომ მაქსიმალურად გამარტივდეს პირდაპირი და შებრუნებული ამოცანების გადაწყვეტა. აგება იწყება სკალების გამოხატვით, რომელთაც თავისი განტოლებები აქვთ.

ვთქვათ, რომელიმე წერტილის დეკარტის მართკუთხა კოორდინატები დამოკიდებულია α პარამეტრზე:

$$\begin{aligned} x &= f(\alpha); \\ y &= g(\alpha). \end{aligned} \quad (1.1)$$

α პარამეტრის თითოეულ მნიშვნელობას შეესაბამება სხვადასხვა ფუნქციებით განსაზღვრული x და y კოორდინატების სათანადო მნიშვნელობები, რომელთა მიხედვით აიგება წერტილი. ასეთი წერტილების ერთობლიობა გვაძლევს α სკალას (ნახ. 1.1). თუ (1.1) სისტემიდან გამოვრიცხავთ α პარამეტრს, მივიღებთ

$$F(X, Y) = 0, \quad (1.2)$$

რომელიც α სკალის შემცველ (მატარებელ) წირს წარმოადგენს. თუ სწორხაზოვან α სკალის განტოლებებში $f(\alpha)$ ფუნქციას აქვს სახე

$$f(\alpha) = A\alpha + B,$$

სადაც A და B რიცხვითი სიდიდეებია, მაშინ α სკალას ეწოდება

ნახ. 1.1 α სკალა. თანაბარზომიერი, ხოლო თუ

$$f(\alpha) = \lg \alpha,$$

მაშინ α სკალას ეწოდება ლოგარითმული სკალა.

სწორხაზოვანი სკალის განტოლება მასში მოდულის (მასშტაბის) ჩართვით დაიწერება ასე

$$x = mf(\alpha),$$

სადაც m არის ნომოგრამის ასაგებად საჭირო პარამეტრი და მას მოდული ან მასშტაბი ეწოდება. როდესაც $f(\alpha) = 0$, $x = 0$, ხოლო როდესაც $f(\alpha) = 1$, $x = m$. აქედან დასკვნა — სკალის მოდული მონაკვეთია მმ-ში, რომელიც შეესაბამება ფუნქციის ცვლილებას ერთი ერთეულით.

დავუშვათ, $f(\alpha)$ ფუნქცია მონოტონური, ზრდადი ფუნქციაა და $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$. აღვნიშნოთ α სკალის სიგრძე α_1 და α_2 ჩანაწერებს შორის L -ით, მაშინ

$$L = x_2 - x_1,$$

სადაც $x_1 = mf(\alpha_1)$ და $x_2 = mf(\alpha_2)$. ამის გათვალისწინებით

$$L = m[f(\alpha_2) - f(\alpha_1)],$$

საიდანაც შეგვიძლია განვსაზღვროთ მოდულის სიდიდე

$$m = \frac{L}{f(\alpha_2) - f(\alpha_1)}.$$

L სკალის სიგრძის დანიშნებით განისაზღვრება მოდულის ანუ მასშტაბის სიდიდე.

ლოგარითმული სკალის შემთხვევაში მოდული ასე გამოითვლება

$$x = m \lg \alpha.$$

როდესაც $\alpha = 1$, $x = 0$, ხოლო როდესაც $\alpha = 10$, $x = m$. აქედან დასკვნა ლოგარითმული α სკალის მოდული არის სკალის 1 და 10 ჩანაწერებს შორის მონაკვეთის სიგრძე მმ-ში.

ლოგარითმული სკალის განმასხვავებელი თვისება მისი პერიოდულობაა. ეს გამოწვეულია იმით, რომ α_1 და α_2 ჩანაწერებს შორის მანძილი დამოკიდებულია მათ ფარდობაზე. მართლაც,

$$L = m \lg \alpha_2 - m \lg \alpha_1 = m \lg \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

როდესაც საქმე გვაქვს ფუნქციონალურ ბადესთან ანუ ბინარულ ველთან, განტოლებათა სისტემა ასე ჩაიწერება:

$$\begin{aligned} x &= m f(\alpha_1, \alpha_2); \\ y &= n g(\alpha_1, \alpha_2), \end{aligned}$$

სადაც m და n მოდულებია, შესაბამისად x და y ღერძების გასწვრივ. ასეთ ფუნქციონალურ ბადეებს ამზადებენ წინასწარ მოდულების სხვადასხვა სიდიდეებისათვის და მათ ფუნქციონალური ქაღალდი ეწოდებათ. არსებობს თანაბარსომიერი, ლოგარითმული და ნახევრადლოგარითმული ფუნქციონალური ფურცლები. როდესაც α პარამეტრი x და y კოორდინატებთან ერთი თანაფარდობითაა დაკავშირებული

$$F(x, y, \alpha) = 0 \quad (1.3)$$

მივიღებთ α პარამეტრის წირთა ოჯახს. α ყოველი ფიქსირებული სიდიდისას გვექნება (1.2) განტოლებით განსაზღვრული ერთი წირი (ნახ. 1.1), ხოლო პარამეტრების ცვალებადობათა ერთობლიობა მოგვცემს წირთა ოჯახს (ნახ. 1.2). თუ წერტილის კოორდინატები ორ α_1 და α_2 პარამეტრზეა დამოკიდებული

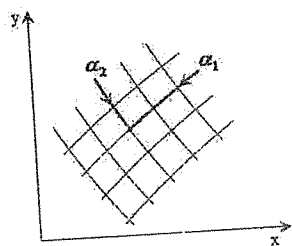
$$\begin{cases} x = f_{12}(\alpha_1, \alpha_2), \\ y = g_{12}(\alpha_1, \alpha_2), \end{cases} \quad (1.4)$$

ნახ. 1.2. α წირთა ოჯახი.

(სადაც ფუნქციები f_{12} და g_{12} იკითხება „ეფ ერთი-ორი“, „გვი ერთი-ორი“), მაშინ გვექნება (1.4) ბინარული ველი, რომელიც ჩანიშნულ წირთა ორი ოჯახისგან შედგება. მათ განტოლებებს მივიღებთ, თუ (1.4) სისტემიდან რიგრიგობით გამოვრიცხავთ α_1 და α_2 პარამეტრებს:

$$\begin{cases} F_1(\alpha_1, x, y) = 0 \\ F_2(\alpha_2, x, y) = 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

ბინარულ ველში წერტილი განისაზღვრება ორი მოცემული ჩანიშნული წირის გადაკვეთით (ნახ. 1.3).



ნახ. 1.3. ბინარული ველი (α_1, α_2).

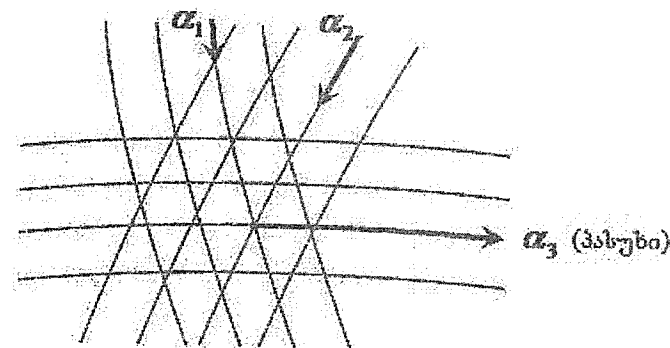
ბინარული ველის არსებობისას იგულისხმება, რომ f და g ფუნქციები (1.4) სისტემაში დამოუკიდებელნი არიან, ე.ი. არ არსებობს რაიმე სახის დამოკიდებულება მათ შორის $f = F(g)$. თუ α_1 და α_2 წირთა ოჯახები ურთიერთ მართობი პარალელური წირებისაგან შემდგარი ოჯახებია, მაშინ ამ წირთა ოჯახებით შექმნილი ბინარული ველი ორთოგონალურ ბადეს წარმოადგენს.

f და g ფუნქციების თვისებებიდან გამომდინარე მიიღება, რომ: 1) α_1 წირთა ოჯახი არ შეიცავს თვითგადაკვეთ წირს გადაკვეთს მხოლოდ ერთ წერტილში. 2) იგივე ვრცელდება α_2 წირთა ოჯახზე; 3) α_1 თითოეული წირი α_2 თითოეულ წირს გადაკვეთს მხოლოდ ერთ წერტილში.

ბინარული ველის გაფორმება სკალის გაფორმების ანალოგიურია. მანძილებს ორ მეზობელ წირს შორის იღებენ ცოტათი მეტს, ვიდრე სკალაზე ორ მეზობელ წერტილს შორის, სახელდობრ 2-10 მმ ფარგლებში. ჩანიშნულ წირებს გამოხაზავენ უფრო სქელი ხაზით, ვიდრე ჩაუნიშნავენ.

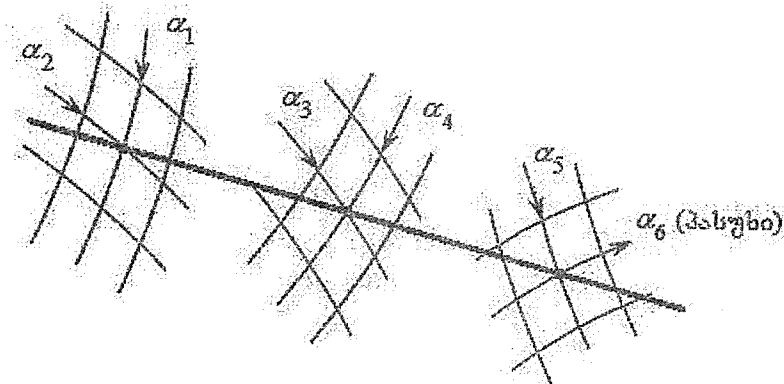
როგორც შესავალში აღვნიშნეთ, წიგნში ძირითადად გამოყენებულია სამი ტიპის ელემენტარული ნომოგრამა: ბადური, გასწორებული წერტილების და ტრანსპარანტული. წარმოდგენილია აგრეთვე ამოცანები გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამის გამოყენებაზე.

თითოეული ტიპის ელემენტარულ ნომოგრამას შეესაბამება მხოლოდ მისთვის დამახასიათებელი დამოკიდებულება ნომოგრამის ელემენტებს შორის. ასე, მაგალითად, ბადური ტიპის ნომოგრამაში წირები, რომელთა გასწვრივ წარწერილი რიცხვითი სიდიდეები (ჩანაწიშნები) აკმაყოფილებენ მოცემულ განტოლებას, გადიან ერთ წირზე (ნახ. 1.4).



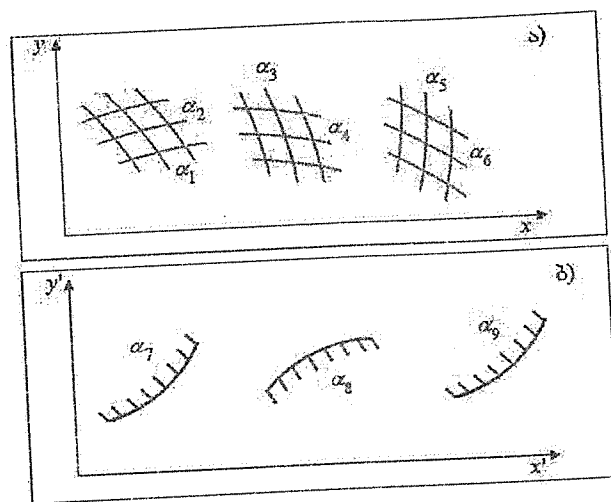
ნახ. 1.4. ბადური ნომოგრამით სარგებლობის სქემა.

გასწორებული წერტილების ნომოგრამები ექვემდებარებიან ერთ სწორზე გამართვის პრინციპს – მოცემული ტოლობის დამაკმაყოფილებელი ჩანიშნული წერტილები სკალებსა და ბინარულ ველებში ერთ სწორზე უნდა მდებარეობდნენ (ნახ. 1.5).



ნახ. 1.5. გამართული წერტილების ნომოგრამით სარგებლობის სქემა.

რაც შეეხება ტრანსპარანტულ ნომოგრამას, იგი შედგება ორი ნაწილისგან, რომელთაგან ერთს უწოდებენ უძრავ ნაწილს, მეორეს კი – მოძრავს ან ტრანსპარანტს (ნახ. 1.6).



ნახ. 1.6. ტრანსპარანტული ნომოგრამის სქემა:

- ა) უძრავი ნაწილი;
ბ) მოძრავი ნაწილი (ტრანსპარანტი).

აქ აღვნიშნავთ ტრანსპარანტული ნომოგრამით სარგებლობის ზოგად პრინციპს. კონკრეტულად, თითოეული ტიპის ტრანსპარანტული ნომოგრამით სარგებლობის წესები განხილული იქნება წიგნის სათანადო ნაწილში (ნომოგრამის აგების მეთოდის განხილვისას). იმის მიხედვით, თუ როგორი ტიპის ტრანსპარანტულ ნომოგრამასთან გვაქვს საქმე, ნომოგრამის მოძრავი ნაწილი შეიძლება გამოვხაზოთ გამჭვირვალე ქაღალდზე (ტრანსპარანტზე ბინარული ველების არსებობისას) ან გაუმჭვირვალე ქაღალდზე (ტრანსპარანტზე მხოლოდ სკალეების არსებობისას). გარდა ამისა, ნომოგრამის ორივე ნაწილზე, საჭიროების შემთხვევაში, შეიძლება გატარებულ იქნეს პარალელური ზაზები, რომლებიც ერთნაირად უნდა იყვნენ ორიენტირებული ნომოგრამის ორივე ნაწილზე.

ნომოგრამით სარგებლობის წესი შემდეგში მდგომარეობს: ნომოგრამის ბ) ნაწილს გამოვჭერთ ცალკე და დავადებთ უძრავ ა) ნაწილზე. ვაორიენტირებთ მათ პარალელურ ზაზებზე და ვახდენთ შეთავსებებს: უძრავი ნაწილის (α_1, α_2) ბინარულ ველში მოცემული α_1 და α_2 პარამეტრების გადაკვეთის წერტილს ვუთავსებთ ტრანსპარანტზე α_7 მოცემულ მნიშვნელობას. ამ დროს აგების პრინციპის გამო უძრავი ნაწილის (α_3, α_4) ბინარულ ველში მოცემულ წერტილს (α_3 და α_4 გადაკვეთა) შეუთავსდება მოცემული α_8 წერტილი ტრანსპარანტზე, ხოლო (α_5, α_6) ბინარულ ველში მოცემული წერტილის გასწვრივ ტრანსპარანტზე წავიკითხავთ პასუხს α_9 სკალაზე. საპასუხო პარამეტრები ამ დროს შეიძლება იყოს ნებისმიერი ერთი ან რამდენიმე.

1.3. ნომოგრაფიული გამოთვლების სიზუსტე

საინჟინრო გამოთვლებისათვის საჭირო გამოსავალ მონაცემებს შორის თუნდაც ერთი მიახლოებითი რიცხვის არსებობისას, მიღებული შედეგი, გამოთვლების ჩატარების მიღებული მეთოდის სიზუსტისაგან დამოუკიდებლად, მიახლოებითი იქნება. ამასთან, როგორც წესი, შედეგის ცდომილება მეტი იქნება, ვიდრე ანგარიშში შემავალი ყველაზე მცირე სიზუსტის მქონე მიახლოებითი რიცხვის ცდომილება.

ზემოთქმული მიახლოებითი გამოთვლების თეორიის ძირითადი კანონია. ისიცაა მხედველობაში მისაღები, რომ ზუსტ რიცხვებზე სხვადასხვა მოქმედებათა შედეგად ყოველთვის ზუსტ რიცხვს ვერ ვღებულობთ. მაგალითად, ზუსტი რიცხვების შეკრების, გამოკლების, გამრავლების და მთელ რიცხვში ახარისხების შემდეგ ზუსტ რიცხვებს კი ვღებულობთ, მაგრამ იგივე რიცხვების გაყოფისა და ამოფესვის ოპერაციების შედეგად ხშირად მიახლოებით რიცხვთან გვაქვს საქმე, ხოლო მათი გალოგარითმებისას ყოველთვის — მიახლოებით რიცხვებთან (გამონაკლისია ლოგარითმის ფუნქციის ზუსტი ხარისხების შემცველი რიცხვები). ზოგჯერ, მთელი რიცხვების გაყოფისას ზუსტ რიცხვს ვღებულობთ, მაგრამ ყველა ციფრის შენარჩუნება არ არის მიზანშეწონილი, რის გამოც დარჩენილი რიცხვი მიახლოებითი იქნება. გარდა ამისა, ფორმულაში ხშირად ირაციონალური რიცხვები — π , g , e ფიგურირებენ, რომლებიც მუდმივი სიდიდეებია, მაგრამ მიახლოებითი.

ხშირად თვლიან, რომ მოცემული გამოსავალი მონაცემები უნდა განვიხილოთ, როგორც ზუსტი სიდიდეები. სინამდვილეში ყოველთვის ასე არ არის.

აუცილებელია გამოთვლელი ფლობდეს ანგარიშში შემავალი ნებისმიერი მიახლოებითი რიცხვის სიზუსტის განსაზღვრის უნარს, რაც მას საშუალებას მისცემს დაადგინოს როგორც შუალედური, ისე საბოლოო შედეგის შესაძლო სიზუსტე. ეს მას ზედმეტ უნაყოფო გამოთვლებს ააცილებს.

ყოველ მიახლოებით რიცხვს გააჩნია აბსოლუტური და ფარდობითი ცდომილება. დამრგვალება გვიხდება თითქმის ყველა ტექნიკური გაანგარიშებისას. არსებობს წესი: რაც მეტია მიახლოებით რიცხვში ზუსტი ნიშნადი ციფრი, მით მცირეა მისი ფარდობითი ცდომილება. მაგრამ ერთი და იგივე ზუსტი ნიშნადი ციფრების დროსაც, ფარდობითი ცდომილება დამოკიდებულია პირველი ნიშნადი ციფრის სიდიდეზე (რაც მეტია პირველი ნიშნადი ციფრის სიდიდე, მით ნაკლებია ფარდობითი ცდომილება და პირიქით). აქედან გამომდინარე მიახლოებითი რიცხვის ნიშნადი ციფრების რაოდენობითა და პირველი ნიშნადი ციფრის სიდიდით შეიძლება განვსაზღვროთ, პრაქტიკული მიზნებისათვის საკმარისი სიზუსტით, ნებისმიერი მიახლოებითი რიცხვის ფარდობითი ცდომილება.

ანალიზი აჩვენებს, რომ მიახლოებითი რიცხვისათვის დამატებული თითოეული ნიშნადი ციფრი ამცირებს მის ფარდობით ცდომილებას, მაგრამ ზრდის და ართულებს გამოთვლით სამუშაოებს. უმეტესი ტექნიკური ანგარიშისას გამოსავალი მონაცემების 3 ნიშნადი ციფრით იფარგლებიან.

იმის საჩვენებლად, რომ მიახლოებით რიცხვებზე მოქმედებისას ყველა ნიშნადი ციფრის გათვალისწინება არ არის საჭირო საბოლოო შედეგის შეფასებისას, განვიხილოთ კონკრეტული მაგალითი [2]:

გადასამრავლებელია 3 ნიშნადიანი მიახლოებითი რიცხვები — 3.27, 2.43 და 0.735. მათი ზუსტი ნამრავლი ყველა ციფრის შენარჩუნებით ტოლია

$$N = 3,27 \cdot 2,43 \cdot 0,735 = 5,8403835.$$

რადგან რიცხვები მიახლოებითაა, მათი ჭეშმარიტი სიდიდეები მოქცეულია შემდეგ ზღვრებში:

$$3,265 < 3,27 < 3,275;$$

$$2,425 < 2,43 < 2,435;$$

$$0,7345 < 0,735 < 0,7355.$$

გამოვთვალოთ შედეგის შესაძლო მინიმალური და მაქსიმალური მნიშვნელობები:

$$N_{min} = 3,265 \cdot 2,425 \cdot 0,7345 = 5,8154955625;$$

$$N_{max} = 3,275 \cdot 2,435 \cdot 0,7355 = 5,8653366875.$$

შევადაროთ შედეგის ყველა მნიშვნელობა ერთმანეთს

$$5,8154955625 < 5,8403835 < 5,8653366875.$$

აშკარაა, რომ ყველა ნიშნადი ციფრის ნამრავლში გათვალისწინებას არავითარი სარგებლობა არ მოაქვს. ზუსტია მხოლოდ მეორე ნიშნადი ციფრი ($3,3 \cdot 2,4 \cdot 0,74 = 5,8$), რისა უზრუნველყოფა თავისუფლად შეუძლია ნომოგრამას (მათ შორის ლოგარითმულ სახაზავსაც).

საინჟინრო გამოთვლებისათვის ნომოგრამების გამოყენების არე განისაზღვრება პასუხის მიღების იმ სიზუსტით, რომელსაც ისინი იძლევიან. სიზუსტე კი დამოკიდებულია სანომოგრაფიერბო ფორმულის სახეზე, ცვლადების ცვლილებათა დიაპაზონზე, ნომოგრამის ტიპზე და ნახაზის ზომებზე, რომელიც ნომოგრამის ასაგებად საჭირო პარამეტრების სიდიდეთა შერჩევაზეა დამოკიდებული.

საშუალოდ ნომოგრამას შეუძლია უზრუნველყოს პასუხის 2-3 ნიშნადი ზუსტი ციფრით მიღება. ასეთი სიზუსტე ხშირად პრაქტიკულ საინჟინრო-ტექნიკურ ამოცანათა ფართო კლასისათვის სრულებით საკმარისია. მხედველობაშია მისაღები, რომ ნომოგრამებს ახასიათებთ პასუხების მიღების სხვადასხვა სიზუსტე, სკალებზეა ის ასაღები თუ ბინარულ ველებში. ზოგჯერ პასუხის მიღების სიზუსტის გაზრდა ნომოგრამაში ცვლადების ჯამის, ფარდობის ან ნამრავლის შეტანით მიიღწევა. ამ ოპერაციებს შეუძლია ბინარული ველი სკალებით შეცვალოს. სიზუსტის გაზრდის ერთ-ერთი ხერხია არა მთელი ფორმულის, არამედ მისი ცალკეული ნაწილების ნომოგრაფირება. ბოლოს, სიზუსტის გაზრდისათვის ცვლადების ცვალებადობათა დიაპაზონს ჰყოფენ ნაწილებად და ნომოგრამების სერიას აგებენ.

როდესაც საქმე გვაქვს მიახლოებით ნომოგრაფირებასთან (იგი ემყარება რაღაც დასაშვები ცდომილებით მოცემული არანომოგრაფირებადი დამოკიდებულების შეცვლას ნომოგრაფირებადი დამოკიდებულებით), პასუხის მიღების სიზუსტის შეფასებისას მხედველობაში უნდა მივიღოთ არა მარტო ნომოგრამით პასუხის მიღების ცდომილება, არამედ აპროქსიმაციის ცდომილებაც.

მხედველობაშია მისაღები ისიც, რომ ნომოგრამა ასლის გადაღებისა და ნახაზის მასშტაბის შეცვლისას (სკანირებისას) რამდენადმე კარგავს სიზუსტეს, თუმცა ცდომილება რჩება ტექნიკურად მისაღებ ფარგლებში.

როდესაც ნომოგრამა ვერ უზრუნველყოფს გამოთვლების საჭირო სიზუსტეს, ის შეიძლება გამოვიყენოთ, როგორც დამატებითი გამოთვლელი საშუალება მიახლოებითი ანგარიშის, ნულოვანი მიახლოების პოვნისა და გამოთვლების კონტროლისათვის — უხეში შეცდომის გამოვლენის მიზნით.

ნომოგრამებით სარგებლობისას საქმე გვაქვს თანაბარზომიერ და არათანაბარზომიერ სკალებთან. მათზე ანათვლების ადების ფარდობითი და აბსოლუტური ცდომილებები სხვადასხვაა და ასევე სხვადასხვაა მათი ცვლილების ხასიათიც.

თანაბარზომიერ სკალაზე, რომლის მთელ სიგრძეზე დანაყოფის საფასური მუდმივია, ანათვლის აბსოლუტური შეცდომებიც მუდმივია. რაც შეეხება ფარდობით ცდომილებებს, ასეთ სკალაზე მათი სიდიდე ცვალებადია და შემდეგ კანონზომიერებებს ემორჩილება:

1) ჩანაწერების რიცხვით მნიშვნელობათა რამდენჯერმე გაზრდა სკალის იგივე სიგრძის დატოვებით, ანათვლის ფარდობით ცდომილებას არ ზრდის;

2) ერთი და იგივე სკალაზე ანათვლის ფარდობითი ცდომილება ჩანაწერების მნიშვნელობათა გაზრდისას მცირდება. ამ დროს შეიძლება აღმოჩნდეს, რომ სკალების ქვედა ანუ მცირე ჩანაწერებისათვის ფარდობითი ცდომილება დიდი და პრაქტიკული თვალსაზრისით გამოუსადეგარი იქნება. აქედან გამომდინარე, ცვლადების ცვალებადობათა დიაპაზონის დადგენა, განსაკუთრებით კი ქვედა ზღვრისა — მნიშვნელოვანი საკითხია.

პრაქტიკულად, ნომოგრამებით სარგებლობისას მიღებულია, რომ 5% და მეტი ფარდობითი ცდომილება — დიდი ცდომილებაა და ამიტომ სკალების იმ ნაწილის გამოყენება, სადაც ასეთ ცდომილებას ვლუბლობთ, არ არის მიზანშეწონილი.

იმისათვის, რომ ნომოგრამა საკმარის ფარდობით ცდომილებას გვაძლევდეს, მიმართავენ სკალის მოდულის გაზრდას. თუ ასეთი ღონისძიება სასურველ შედეგს არ იძლევა, მაშინ ცვლადების ცვლილებათა ზღვრების დანაწილებას და მათთვის ცალ-ცალკე ნომოგრამების აგებას მიმართავენ.

არათანაბარზომიერ სკალაზე ანათვლის ადების აბსოლუტური ცდომილებები ცვალებადია, ფარდობითი კი — მუდმივი. ზოგადად, ფარდობითი ცდომილება დამოკიდებულია სკალის მოდულზე (მასშტაბზე). მოდულის გაზრდით ან შემცირებით იზრდება ან მცირდება ანათვლის ადების სიზუსტე.

არათანაბარზომიერი სკალის ყველაზე გავრცელებული მაგალითია ლოგარითმული სკალა. მისი განმასხვავებელი თვისება თანაბარზომიერ სკალასთან შედარებით, ანათვლის ადების მუდმივი ფარდობითი ცდომილებაა. რაც შეეხება აბსოლუტურ ცდომილებას, მისი სიდიდე ცვალებადია, რადგან ცვალებადია დანაყოფთა სიგრძეები მათი უცვლელი საფასურის დროს. მართლაც, ვთქვათ მოცემულია ლოგარითმული α სკალა (ნახ. 1.7), რომლის განტოლებაა $x = \text{mlg } \alpha$



ნახ.1.7

დავუშვათ, α სკალით სარგებლობისას მუდმივ გეომეტრიულ Δx შეცდომას ვუშვებთ, მაშინ α ზუსტი მნიშვნელობის ნაცვლად $\alpha + \Delta \alpha$ სიდიდეს წავიკითხავთ. სკალის განტოლებიდან გამომდინარე, გვექნება

$$\Delta x = (\text{mlg } \alpha)'_{\alpha}. \quad \Delta x = \frac{m}{\ln 10} \cdot \frac{\Delta \alpha}{\alpha},$$

საიდანაც

$$\Delta \alpha = \frac{\ln 10}{m} \Delta x \cdot \alpha \approx \frac{2,30}{m} \Delta x \cdot \alpha.$$

ფარდობითი ცდომილება პროცენტებში ტოლი იქნება

$$\delta \alpha = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \cdot 100\% = \frac{230}{m} \Delta x\%.$$

მიღებული შედეგიდან გამოდის, რომ ლოგარითულ სკალაზე ანათვლის აღების ფარდობითი ცდომილება, ცნობილი m მოდულის დროს, მხოლოდ Δx გეომეტრიული ცდომილებით განისაზღვრება და წერტილის სკალაზე მდებარეობაზე არ არის დამოკიდებული.

განვიხილოთ მაგალითი. განვსაზღვროთ $\delta \alpha$ ფარდობითი ცდომილება ლოგარითულ სკალაზე, რომელიც $m = 250$ მმ მოდულითაა აგებული $\Delta x = 1$ მმ გეომეტრიული შეცდომის დროს (ეს შეცდომა თვალისათვის მიღებულ $0,2-0,3$ მმ შეცდომაზე გაცილებით მეტია). გვექნება

$$\delta \alpha = \frac{230}{250} \cdot 1\% = 0,92\% ,$$

ე.ი. 1მმ გეომეტრიული შეცდომა 250მმ მოდულის მქონე ლოგარითულ სკალაზე $\sim 1\%$ ფარდობით ცდომილებას გვაძლევს, რაც საინჟინრო-ტექნიკური გამოთვლებისათვის სრულებით მისაღები ცდომილებაა.

ყოველივე ზემოთქმულიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ორი-სამი ნიშნადი ციფრის ნომოგრამაზე მიღება უმრავლეს შემთხვევაში შესაძლებელია, რაც საინჟინრო გამოთვლების სიზუსტეს აკმაყოფილებს. ასევე მისაღებია ნომოგრამებით გამოთვლებისას პასუხის მიღების აბსოლუტური და ფარდობითი სიზუსტეები.

1.4. ბადური ნომოგრამა და მისი აგების მეთოდიკა

ბადური ტიპის ნომოგრამა პრაქტიკულად ნებისმიერი სამცვლადიანი დამოკიდებულების $F(U, V, W) = 0$ (1.5)

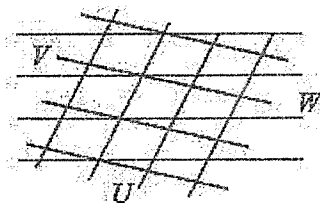
გრაფიკულად გამოსახვის საშუალებას იძლევა. (1.5) გამოსახულება წარმოვადგინოთ V -ს მიმართ ამოსახსნელად

$$V = \phi(U, W) . \quad (1.6)$$

ჩათვალოთ U პირველ, V - მეორე და W - მესამე ცვლადად.

(1.5) გამოსახულების ბადური ნომოგრამის ზოგადი სახის ასაგებად ავიღებთ U, V ცვლადების ნებისმიერ ბინარულ ველს. W ცვლადს ვაძლევთ W_1, W_2, \dots, W_n ფიქსირებულ მნიშვნელობებს და (U, V) ბინარულ ველში ვაგებთ (1.6) დამოკიდებულების გრაფიკს W შერჩეული ფიქსირებული მნიშვნელობებისათვის. შედეგად 1.8 ნახაზზე მოცემულ ბადურ ნომოგრამას მივიღებთ, რომელიც U, V, W წირთა სამი ოჯახისგან შედგება.

ნომოგრამის აგების ხერხიდან გამომდინარეობს სარგებლობის წესი. თუ U, V და W ცვლადები აკმაყოფილებენ (1.5) განტოლებას, მაშინ ამ ცვლადების ჩანაწერებიანი წირები ერთ წერტილში გაივლიან და მას ამონახსნი ეწოდება.



ნახ. 1.8 (1.5) განტოლების ნომოგრამის სქემა.

ბადურ ნომოგრამაში U, V და W ცვლადებიდან საძიებო შეიძლება ნებისმიერი იყოს ანუ ნებისმიერი ორი ცვლადის გადაკვეთის წერტილში გამავალი მესამის მნიშვნელობა იქნება პასუხი.

თუ (U, V) ბინარული ველი მოცემულია დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა XOY სისტემაში განტოლებებით:

$$\begin{cases} x = f(U, V); \\ y = g(U, V); \end{cases} \quad (1.7)$$

მაშინ W წირთა ოჯახს ავაგებთ მისი პარამეტრული განტოლებით, რომელსაც მივიღებთ (1.7) განტოლებებში V -ს ნაცვლად (1.6)-ის ჩასმით:

$$\begin{cases} x = f[U, \phi(U, W)]; \\ y = g[U, \phi(U, W)]. \end{cases} \quad (1.8)$$

ამ განტოლებებში U ცვლადი განიხილება, როგორც პარამეტრი. მისი გამორიცხვით, მივიღებთ W წირთა ოჯახის განტოლებას

$$F_3(X, Y, W) = 0 .$$

U და V წირთა ოჯახების განტოლებების მისაღებად U და V ცვლადები თანამიმდევრობით უნდა გამოვრიცხოთ (1.7) განტოლებებიდან. მივიღებთ

$$\begin{aligned} F_1(X, Y, U), \\ F_2(X, Y, V). \end{aligned}$$

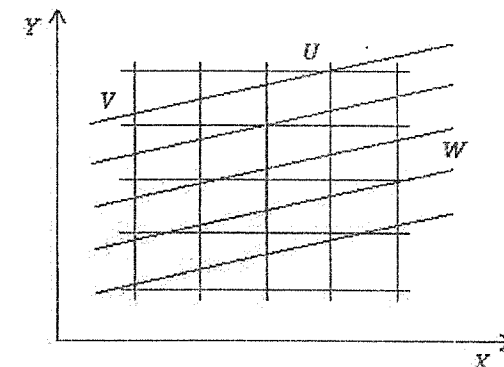
F_1, F_2 და F_3 ფუნქციების ინდექსები მიუთითებენ შესაბამის ცვლადებზე (U, V, W) .

ბადური ნომოგრამის კონსტრუირებისას (1.5) დამოკიდებულებაში სამი ცვლადიდან ნებისმიერი ორი შეირჩევა სწორხაზოვნად, მესამე, ზოგადად იქნება მრუდხაზოვანი.

ბადური ნომოგრამა შეიძლება ორი ხერხით აიგოს.

პირველი ხერხი სინთეზურია და მისი გამოყენებისას (U, V) ბინარული ველი აიგება ნებისმიერად U და V ცვლადების ცვლილებათა მოცემულ ზღვრებში (შეიძლება ფუნქციონალური ბადის გამოყენებაც). (U, V) ბინარულ ველში (1.6) განტოლების დახმარებით ვაგებთ W წირთა ოჯახს. ამ დროს მართკუთხა კოორდინატთა სისტემით არ ვსარგებლობთ.

მეორე ხერხი ანალიზურია და გამოიყენება მართკუთხა კოორდინატთა XOY სისტემაში. ამ სისტემაში ნებისმიერად ავიღებთ ორ წირთა ოჯახის განტოლებას, ვბოულობთ მესამე ცვლადის წირთა ოჯახის განტოლებას გამოსავალ და წირთა ოჯახების ორი განტოლებიდან. შემდეგ ვაგებთ ერთმანეთისგან დამოუკიდებლად წირთა სამ ოჯახს, რაც იძლევა ბადურ ნომოგრამას.



ნახ. 1.9 დეკარტის აბაკის სქემა.

თუ (U, V) ბინარულ ველში წირთა ოჯახების განტოლებებს შევარჩევთ ისე, რომ ორთოგონალური ბადე მივიღოთ და ავაგებთ W წირთა ოჯახს (1.6) განტოლების დახმარებით, მივიღებთ ბადური ტიპის ნომოგრამას (ნახ. 1.9), რომელსაც დეკარტის აბაკა ეწოდება.

დეკარტის აბაკის მისაღებად (U, V) ბინარული ველის განტოლებებს შემდეგი სახე უნდა ჰქონდეს

$$\begin{aligned} X &= m[F_1(U) - a], \\ Y &= n[F_2(V) - b]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

სადაც m, n, a, b გარდაქმნის პარამეტრებია.

თუ (1.9) სისტემაში მივიღებთ $F_1(U) = U$ და $F_2(V) = V$, მივიღებთ მარტივ დეკარტის აბაკს (U, V) თანაბარზომიერი ბადით. თუ $F_1(U) = \lg U$ და $F_2(V) = \lg V$, გვექნება დეკარტის აბაკა (U, V) ლოგარითმული ბადით.

a, b, m და n პარამეტრების გეომეტრიული აზრი ასეთია: a და b – განსაზღვრავენ კოორდინატთა სათავეს, ხოლო m და n – ბადის ზომებს აბსცისისა და ორდინატის ღერძების მიმართულებით.

დავუშვათ, $F_1(U)$ და $F_2(V)$ – მონოტონური და ზრდადი ფუნქციებია და იცვლებიან ზღვრებში

$$\begin{aligned} U_1 &\leq U \leq U_2, \\ V_1 &\leq V \leq V_2. \end{aligned}$$

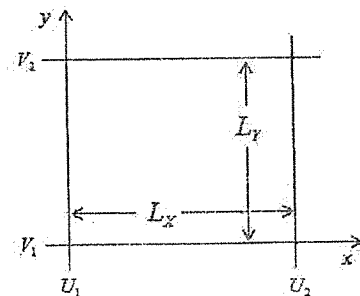
მოვითხოვოთ, რომ კოორდინატთა სათავეში იყოს წერტილი U_1 და V_1 ჩანანიშნებით. მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ

$$\begin{aligned} 0 &= m[F_1(U_1) - a], \\ 0 &= n[F_2(V_1) - b]. \end{aligned}$$

აქედან გვექნება

$$\begin{aligned} a &= F_1(U_1), \\ b &= F_2(V_1). \end{aligned}$$

m და n პარამეტრების განსაზღვრისათვის დავუშვათ L_X არის ბადის სიგრძე აბსცისთა ღერძის გასწვრივ, ხოლო L_Y – ორდინატთა ღერძის გასწვრივ (ნახ. 1.10)



ნახ. 1.10. (U, V) ბადის კონსტრუქცია W ბადის ასაგებად (1.6) ტოლობით.

m და n პარამეტრების სიდიდეები, რომლის დროს ბადეს ექნება $L_X \cdot L_Y$ ზომები, განისაზღვრება განტოლებებიდან:

$$\begin{aligned} L_X &= m[F_1(U_2) - F_1(U_1)], \\ L_Y &= n[F_2(V_2) - F_2(V_1)], \end{aligned}$$

საიდანაც გვექნება

$$\begin{aligned} m &= \frac{L_X}{F_1(U_2) - F_1(U_1)}, \\ n &= \frac{L_Y}{F_2(V_2) - F_2(V_1)}. \end{aligned}$$

L_X და L_Y აიღება ნებისმიერად ნომოგრამის ხელსაყრელად განლაგების თვალსაზრისით.

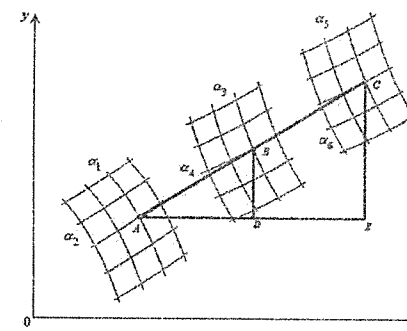
ბადური ტიპის ნომოგრამები წიგნში წარმოდგენილია, ძირითადად, დეკარტის აბაკის სახით და მას ეძღვნება მეორე თავი.

1.5. გასწორებული წერტილების ნომოგრამა და მისი აგების მეთოდიკა

გასწორებული წერტილების პრინციპი, როგორც 1.2 პარაგრაფში აღვნიშნეთ, ემყარება წერტილების ერთ წრფეზე გასწორებას.

დავუშვათ, მართკუთხა კოორდინატების XOY სისტემაში (ნახ. 1.11) მოცემულია (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , და (α_5, α_6) ბინარული ველები განტოლებებით:

$$\begin{aligned} \text{ველი } (\alpha_1, \alpha_2): & \quad X_{12} = f_{12}, \quad Y_{12} = g_{12}; \\ \text{ველი } (\alpha_3, \alpha_4): & \quad X_{34} = f_{34}, \quad Y_{34} = g_{34}; \\ \text{ველი } (\alpha_5, \alpha_6): & \quad X_{56} = f_{56}, \quad Y_{56} = g_{56}. \end{aligned} \quad (1.10)$$



ნახ. 1.11. სამ ბინარულველიანი გასწორებული წერტილების ნომოგრამის სქემა.

ნახ. 1.11-ზე მოცემული ნომოგრამით სარგებლობის სქემა ასეთია: ვბოლობთ (α_1, α_2) ბინარულ ველში α_1 და α_2 მოცემული სიდიდეებით მათი გადაკვეთის A წერტილს, ხოლო (α_3, α_4) ბინარულ ველში იგივე პრინციპით B წერტილს. დავადებთ A და B წერტილებზე სახაზავს, რომლის გადაკვეთა მოცემულ α_5 წრფესთან მოგვცემს C წერტილს. α_6 წირთა ოჯახის სიდიდე, ათვლილი C წერტილზე, მოგვცემს პასუხს. საპასუხო წერტილი შეიძლება იყოს ნებისმიერი $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6)$.

A, B და C წერტილები ერთ წრფეზე მდებარეობენ და მათი კოორდინატებია: X_{12} და Y_{12} ; X_{34} და Y_{34} ; X_{56} და Y_{56} . გავატაროთ X ღერძის პარალელური AE წრფე და Y ღერძის

პარალელური BD და CE წრფეები. მიღებული ABD და ACE სამკუთხედების მსგავსებიდან გვაქვს

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

თუ ამ ფარდობაში AD , DB , AE და EC მონაკვეთებს გამოვსახავთ კოორდინატებით, მივიღებთ

$$\frac{x_{34} - x_{12}}{y_{34} - y_{12}} = \frac{x_{56} - x_{12}}{y_{56} - y_{12}}.$$

თუ x და y კოორდინატების ნაცვლად (1.10) ტოლობებიდან შესაბამის ფუნქციებს ჩავსვამთ, გვქვია

$$\frac{f_{34} - f_{12}}{g_{34} - g_{12}} = \frac{f_{56} - f_{12}}{g_{56} - g_{12}} \quad (1.11)$$

თუ ბინარული ველების მაგივრად გვაქვს სკალები, დავწერთ

$$\frac{f_2 - f_1}{g_2 - g_1} = \frac{f_3 - f_1}{g_3 - g_1} \quad (1.12)$$

(1.11) და (1.12) ტოლობებს გასწორებული წერტილების ნომოგრამის კანონიკური ფორმები ეწოდებათ. როდესაც გვინდა რომელიმე ფორმულის შესაბამისი გასწორებული წერტილების ნომოგრამა ავაგოთ, ეს ფორმულა უნდა დავიყვანოთ რომელიმე კანონიკურ ფორმაზე. ზოგადად გასწორებული წერტილების ნომოგრამა შეიძლება აგებულ იქნეს 6 ცვლადიან განტოლებისათვის.

(1.12) ფორმა შეიძლება ჩავწეროთ დეტერმინანტის სახით

$$\begin{vmatrix} f_1 & g_1 & 1 \\ f_2 & g_2 & 1 \\ f_3 & g_3 & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (1.13)$$

ჩაწერის ანალოგიური ფორმა შეიძლება გამოვიყენოთ (1.11) ფორმისთვისაც

$$\begin{vmatrix} f_{12} & g_{12} & 1 \\ f_{34} & g_{34} & 1 \\ f_{56} & g_{56} & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1.14)$$

საერთოდ, ამ სახის ნომოგრამებისათვის ძირითად კანონიკურ ფორმად ითვლება (1.11), ხოლო (1.12) ფორმა მისი კერძო შემთხვევაა.

გასწორებული წერტილების ნომოგრამები რამდენიმე სახისაა, კერძოდ ელემენტარული და შედგენილი; სკალებიანი და ბინარულველებიანი; ერთი განტოლების და განტოლებათა სისტემების. სკალებიანი და ბინარულველებიანი ნომოგრამები შეიძლება წარმოადგენდნენ ერთ განტოლებას, ან განტოლებათა სისტემას, ელემენტარულ (სახაზავის ერთი დადებით) ან შედგენილ (სახაზავის რამდენჯერმე დადებით) ნომოგრამას. ასევე ერთი განტოლების ან განტოლებათა სისტემის ნომოგრამები შეიძლება იყოს როგორც სკალებიანი, ისე ბინარულველებიანი, ელემენტარული ან შედგენილი. ხოლო ელემენტარული და შედგენილი ნომოგრამები შეიძლება იყოს როგორც სკალებიანი, ისე ბინარულველებიანი, ერთი განტოლების ან განტოლებათა სისტემის.

წინამდებარე წიგნში ჩვენ განვიხილავთ ისეთი გასწორებული წერტილების ნომოგრამების აგების მეთოდებს, რომლის შესაბამისი კონკრეტული გეოდეზიური ამოცანაც არის წარმოდგენილი წიგნში.

ქვემოთ მოცემულია ასეთი ნომოგრამების აგების მეთოდიკა და სარგებლობის პრინციპები.

1) გასწორებული წერტილების ელემენტარული ნომოგრამა ორი პარალელური სკალითა და ბინარული ველით.

(1.11) ან, რაც იგივეა, (1.14) ექვსცვლადიანი კანონიკური ფორმის მნიშვნელოვანი კერძო შემთხვევაა ოთხცვლადიანი, ე.წ. კოშის ფორმის კანონიკური სახე

$$f_1 f_{34} + f_2 g_{34} + h_{34} = 0, \quad (1.15)$$

სადაც f , g და h არის ფუნქციები, ხოლო 1,2,3,4 - ინდექსები.

იმისათვის, რომ (1.15) ფორმა დავიყვანოთ (1.11) ნომოგრაფირებად სახეზე, გარდავექმნათ იგი. გავამრავლოთ (1.15) ტოლობა $(-H)$ -ზე, სადაც H ნომოგრამის ასაგებად საჭირო ერთ-ერთი პარამეტრია და წარმოადგენს გეომეტრიულად ორ სწორ პარალელურ სკალას შორის მანძილს.

$$-H f_1 f_{34} - H f_2 g_{34} - H h_{34} = 0. \quad (1.16)$$

(1.16) ტოლობის ორივე მხარეს დავუმატოთ $(-H f_1 g_{34})$,

$$-H h_{34} - H f_1 f_{34} - H f_1 g_{34} = H f_2 g_{34} - H f_1 g_{34}. \quad (1.17)$$

გარდავექმნათ (1.17) ტოლობა

$$-H h_{34} - H f_1 (f_{34} + g_{34}) = H g_{34} (f_2 - f_1).$$

გავყოთ ტოლობის ორივე მხარე $(f_{34} + g_{34})$ -ზე და დავწეროთ შემდეგი სახით

$$H \left(\frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}} - f_1 \right) = \frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}} (f_2 - f_1).$$

დავწეროთ უკანასკნელი ტოლობა შემდეგი სახით

$$\frac{H}{f_2 - f_1} = \frac{\frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}}}{\frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}} - f_1}.$$

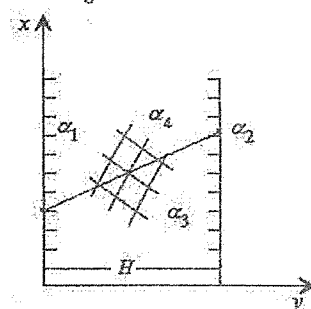
დაბოლოს, დავიყვანოთ უკანასკნელი ტოლობა (1.11) ნომოგრაფირებად კანონიკურ სახეზე

$$\frac{H - 0}{f_2 - f_1} = \frac{\frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}} - 0}{\frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}} - f_1}. \quad (1.18)$$

ნომოგრამის ელემენტების უმარტივესი განტოლებები ასე ჩაიწერება:

$$\left. \begin{array}{l} \text{სკალა } \alpha_1: \quad x = 0, \quad y = f_1; \\ \text{სკალა } \alpha_2: \quad x = H, \quad y = f_2; \\ \text{ველი } (\alpha_3, \alpha_4): \quad x = \frac{H g_{34}}{f_{34} + g_{34}}, \quad y = \frac{-h_{34}}{f_{34} + g_{34}}. \end{array} \right\} \quad (1.19)$$

ნომოგრამის სქემა მოცემულია ნახ.1.12-ზე.



ნახ.1.12. გამართული წერტილების ნომოგრამის სქემა ორი პარალელური სკალითა და ბინარული ველით (1.15) კოშის ფორმისათვის.

შევიტანოთ ნომოგრამის ელემენტების განტოლებებში გეომეტრიული პარამეტრები - m , n , a და b , სადაც a და b ნებისმიერი, ხოლო m და n დადებითი რიცხვებია. ამისათვის (1.15) განტოლება ჩავწეროთ მისივე ტოლფასი სახით

$$[m(f_1 - a)] \frac{f_{34}}{m} + [n(f_2 - b)] \frac{g_{34}}{n} + (af_{34} + bg_{34} + h_{34}) = 0. \quad (1.20)$$

(1.20) განტოლებას ისევ (1.15) კანონიკური ფორმა აქვს. ამიტომ ნომოგრამის ელემენტების ასალი განტოლებები, რომლებიც გარდაქმნის პარამეტრებს შეიცავენ, ჩაიწერება ასე:

$$\left. \begin{aligned} \text{სკალა } \alpha_1: & \quad x = 0, \quad y = m(f_1 - a); \\ \text{სკალა } \alpha_2: & \quad x = H, \quad y = n(f_2 - b); \\ \text{ველი } (\alpha_3, \alpha_4): & \quad x = \frac{mHg_{34}}{nf_{34} + mg_{34}}, \\ & \quad y = \frac{-mn(af_{34} + bg_{34} + h_{34})}{nf_{34} + mg_{34}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

(1.21) სკალებისა და ბინარული ველის განტოლებებში H პარამეტრი განსაზღვრავს ორ პარალელურ α_1 და α_2 სკალას შორის მანძილს, m და n პარამეტრები - ამ სკალების ზომებს (მოდული, მასშტაბი), ხოლო a და b პარამეტრები - სკალების ვერტიკალზე მდებარეობას. ნომოგრამის კონსტრუირება მდგომარეობს ჩამოთვლილი პარამეტრების სიდიდეთა შერჩევაში. ამ დროს ცდილობენ ნომოგრამის ყველა ელემენტი განალაგონ ნახაზის საზღვრებში. ჩვეულებრივ m და n მოდულთა სიდიდეებს შეარჩევენ ისე, რომ α_1 და α_2 სკალები დაახლოებით ტოლი სიგრძის იყოს. a და b პარამეტრები საშუალებას გვაძლევს განვალაგოთ α_1 და α_2 სკალების ნებისმიერი წერტილი x ღერძზე. ხშირად, x ღერძზე განალაგებენ სკალების საწყის სიდიდეებს.

ზოგჯერ შესაძლებელია (1.15) კოშის ფორმაში ნიშნები შეიცვალოს f_1 და f_{34} ან f_2 და g_{34} ფუნქციებმა. ამიტომ საჭიროა გიცოდეთ, რომ ნომოგრაფირება შესაძლებელია, თუ (1.15) განტოლებას ექნება სახე:

$$(-f_1)(-f_{34}) + f_2g_{34} + h_{34} = 0$$

ან

$$f_1f_{34} + (-f_2)(-g_{34}) + h_{34} = 0.$$

ზემოთ განხილული მეთოდის გამოყენებით არის აგებული მესამე თავის 3.1. პარაგრაფში წარმოდგენილი ამოცანის ნომოგრამა (ნახ. 3.2)

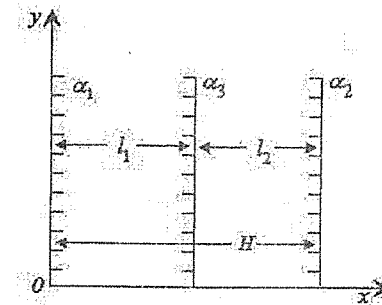
2) გასწორებული წერტილების ელემენტარული ნომოგრამა სამი პარალელური სკალით განტოლებათა სისტემისათვის.

განტოლებათა სისტემისათვის ნომოგრამის აგების მეთოდის გაცნობამდე განვიხილოთ ერთი სამუცნობიანი დამოკიდებულებისათვის ნომოგრამის აგების მეთოდი.

(1.15) კოშის ფორმის კანონიკურ განტოლებაში თუ დავუშვებთ, რომ $f_{34} = 1$, $g_{34} = 1$ და $h_{34} = -f_3$, მივიღებთ ფორმას

$$f_1 + f_2 = f_3 \quad (1.22)$$

(1.22) ფორმის ნომოგრამა გამოისახება სამი სწორი პარალელური სკალით და მისი სქემა მოცემულია ნახ.1.13-ზე.



ნახ.1.13 გასწორებული წერტილების ნომოგრამის სქემა (1.22) ფორმისათვის.

(1.22) ფორმისათვის ნომოგრამის სკალების განტოლებები იქნება:

$$\left. \begin{aligned} \text{სკალა } \alpha_1: & \quad x = 0, \quad y = m(f_1 - a); \\ \text{სკალა } \alpha_2: & \quad x = H, \quad y = n(f_2 - b); \\ \text{სკალა } \alpha_3: & \quad x = \frac{mH}{m+n}, \quad y = \frac{mn}{m+n}(f_3 - a - b). \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

ადვილი შესამჩნევია მსგავსება (1.23) და (1.21) სკალების განტოლებებში. ორივე შემთხვევაში α_1 და α_2 სკალების განტოლებები იდენტურია. რაც შეეხება (1.21)-ის (α_3, α_4) ბინარულ ველს, იგი გადაიქცა (1.23)-ის α_3 სკალად, რომლის განტოლებები მიიღება ზემოთ მოცემული დაშვებების ($f_{34} = 1$, $g_{34} = 1$, $h_{34} = -f_3$) გათვალისწინებით.

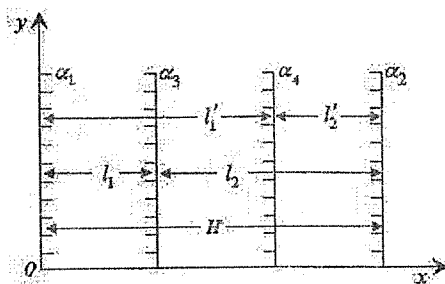
ნახ. 1.13-ზე მოცემული სქემის მიხედვით და (1.23) სკალების განტოლებებიდან, რადგან α_3 სკალის $x = l_1 = \frac{mH}{m+n}$, ამიტომ α_2 და α_3 სკალებს შორის მანძილი ტოლი იქნება - $l_2 = H - l_1 = \frac{nH}{m+n}$, ხოლო $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m}{n}$.

თუ (1.22) განტოლებას ჩავწეროთ $f_1 + (-f_3) = (-f_2)$ სახით ან $f_2 + (-f_3) = (-f_1)$ სახით, მივიღებთ ნომოგრამებს, რომლებშიც შესაბამისად, შუალედი სკალა იქნება α_2 ან α_1 (მხედველობაში უნდა მივიღოთ, რომ სკალის ნიშნის შეცვლისას იცვლება მისი დაგრადუირების მიმართულება).

სამი პარალელურსკალიანი ნომოგრამის ((1.22) ფორმისათვის) აგების მეთოდის გაცნობის შემდეგ არავითარ სიძნელეს არ წარმოადგენს ასეთივე სახის განტოლებათა სისტემისათვის ნომოგრამების აგება:

$$\left. \begin{aligned} Af_1(\alpha_1) + Bf_2(\alpha_2) &= f_3(\alpha_3), \\ Cf_1(\alpha_1) + Df_2(\alpha_2) &= f_4(\alpha_4), \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

სადაც A , B , C და D არიან რიცხვითი კოეფიციენტები; f_1 , f_2 , f_3 , f_4 - ფუნქციებია, ხოლო α_1 , α_2 , α_3 , α_4 - სკალები. ეს სისტემა შეიძლება წარმოვადგინოთ პარალელურსკალიანი ნომოგრამით α_1 , α_2 , α_3 და α_4 სკალებით, რომლებიც დაკავშირებული არიან ერთმანეთთან და ამოიხსნება სახაზავის ერთი დადებით. თუმცა არის შემთხვევები (ჩვეულებრივი ან ლოგარითმული სკალების დროს), როცა $f_1(\alpha_1)$ ან $f_2(\alpha_2)$ სკალები მოითხოვენ სხვადასხვა დიაპაზონებში გრადუირებას, რის გამოც (1.24) სისტემის ცალკეულ განტოლებას აქვს თავისი ამოხსნის გასაღები (ამათგან ერთ-ერთი სკალა უცვლელია). (1.24) სისტემის ნომოგრამა მოცემულია 1.14 ნახაზზე.



ნახ. 1.14 გასწორებული წერტილების ნომოგრამის სქემა (1.24) სისტემისათვის.

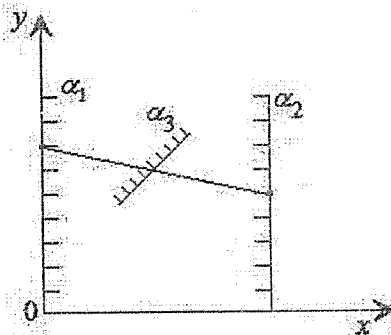
სკალების განტოლებები (1.24) სისტემის ცალკეული ტოლობებისათვის ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) და ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$) დაიწერება (1.23)-ის ანალოგიურად, მხოლოდ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ გეომეტრიული პარამეტრები — H, l_i, m_i, n_i, a_i და b_i უნდა შერჩეულ იქნეს ნომოგრამის სკალების კომპაქტურად განლაგების გათვალისწინებით. განტოლებათა სისტემის განხილული ნომოგრამა წიგნში წარმოდგენილია 3.4 და 3.5 ნახაზებით.

3) გასწორებული წერტილების ნომოგრამა ორი პარალელური და ერთი დახრილი სკალით.

თუ კოშის კანონიკურ (1.15) ფორმაში დავუშვებთ $f_{34} = 1, g_{34} = -f_3$ და $h_{34} = 0$, მივიღებთ

$$f_1 = f_2 f_3 \quad (1.25)$$

ფორმას, რომლის სქემა მოცემულია 1.15 ნახაზზე



ნახ. 1.15 გასწორებული წერტილების ნომოგრამა (1.25) ფორმისათვის.

ზემოთ მოცემული დაშვებებისა და (1.21)-ის გათვალისწინებით (1.25) ფორმის სკალების განტოლებები იქნება:

$$\left. \begin{aligned} \text{სკალა } \alpha_1: & \quad x = 0, \quad y = m(f_1 - a); \\ \text{სკალა } \alpha_2: & \quad x = H, \quad y = n(f_2 - b); \\ \text{სკალა } \alpha_3: & \quad x = \frac{mHf_3}{mf_3 - n}, \quad y = \frac{mn(a - bf_3)}{mf_3 - n}. \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

წინა შემთხვევების მსგავსად, ნომოგრამის ვარიანტის შერჩევისას უნდა მხედველობაში გვქონდეს, რომ (1.25) შეიძლება წარმოვადგინოთ

$$(-f_1) = f_2(-f_3)$$

$$f_1 = (-f_2)(-f_3)$$

სახით. აქედან გამოდის, რომ ნომოგრამის ელემენტების განტოლებებში შეიძლება ერთდროულად შევცვალოთ f_1 და f_3 ან f_2 და f_3 ფუნქციების ნიშნები. ეს შემთხვევა ცალკე ნომოგრამის სახით წიგნში წარმოდგენილი არ გვაქვს, მაგრამ იგი შედის შედგენილ ნომოგრამაში, რომელიც განხილულია ქვემოთ.

4) გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამა.

გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამები, რომლებიც (1.15) ზოგადი ფორმის და მისი კერძო შემთხვევების (1.22), (1.25) ან სხვა ფორმებისგან წარმოიქმნება, პრაქტიკაში საკმაოდ ხშირად გვხვდება. ასეთი ნომოგრამების ასაგებად მოცემულ განტოლებას ჰყოფენ ელემენტარული ნომოგრამების შემცველ (1.22), (1.25) და სხვ. სახის განტოლებებად დამხმარე ცვლადების I, II და ა.შ. — ე.წ. „მუნჯი“ სკალების შემოღების გზით. ელემენტარული ნომოგრამების გაერთიანებით ისე, რომ ერთნაირი სკალები მათში ემთხვეოდნენ ერთმანეთს, ვღებულობთ შედგენილ ნომოგრამას. დამატებითი ცვლადების მუნჯ სკალებს არ აგრაღუიერებენ, მაგრამ ეს აუცილებელია თუ მათ რაიმე ფიზიკური არსი გააჩნიათ.

განვიხილოთ მრავალთაგან ერთ-ერთი ფორმის შედგენილი ნომოგრამის აგების მეთოდიკა

$$f_1 f_2 = f_3 + f_4. \quad (1.27)$$

შემოვიღოთ დამხმარე I ცვლადი

$$f_1 f_2 = I = f_3 + f_4.$$

მიღებული ორი განტოლებიდან პირველი დაგვყავს (1.25) სახეზე

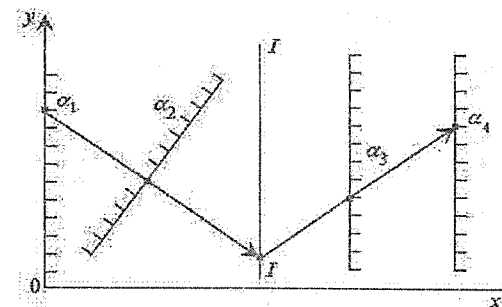
$$f_1 = I \cdot \frac{1}{f_2},$$

ხოლო მეორე (1.22) სახეზე

$$I + (-f_4) = f_3.$$

პირველი განტოლება შეიძლება წარმოვიდგინოთ α_1 და I პარალელური სკალებით და α_2 სწორხაზოვანი დახრილი სკალით, მეორე განტოლება კი — I, α_3 და α_4 სამი პარალელური სკალით. I მუნჯი სკალა ასეთი სახის ნომოგრამებში უნდა იყოს საერთო ორივე განტოლებისათვის. შედეგად მივიღებთ შედგენილ ნომოგრამას, რომლის სქემა მოცემულია 1.16 ნახაზზე.

ანალოგიურად ნომოგრაფირდება (1.27)-ისგან განსხვავებული სხვა ფორმებიც, მაგალითად $f_1 + f_2 = f_3 + f_4$.



ნახ. 1.16 გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამის სქემა (1.27) ფორმისათვის.

შედგენილი ნომოგრამით სარგებლობის გასაღები შემდეგში მდგომარეობს: მოცემული α_1 და α_2 სიდიდეებით სახაზავის ერთი დადებით ვპოულობთ მუნიჯ I სკალაზე წერტილს, ხოლო სახაზავის მეორე დადებით მიღებულ წერტილსა და მოცემულ α_3 ან α_4 სკალაზე, ვიპოვით პასუხს α_4 ან α_3 სკალაზე. როგორც ვხედავთ, თუ ელემენტარულ ნომოგრამაზე პასუხს სახაზავის ერთი დადებით ვპოულობდით, შედგენილ ნომოგრამაზე ორჯერ ან მეტჯერ (როდესაც რამდენიმე მუნიჯი სკალა გვაქვს) გვიხდება ამ ოპერაციის შესრულება.

შედგენილი ნომოგრამის მაგალითი წიგნში წარმოდგენილია 3.6 ნახაზით.

1.6. ტრანსპარანტული ნომოგრამა და მისი აგების მეთოდები

როგორც (1.2 პარაგრაფში) აღვნიშნეთ, ორიენტირებული ტრანსპარანტული ნომოგრამების აგების პრინციპი ემყარება დეკარტის კოორდინატთა სისტემის x და y ღერძების გასწვრივ გადაადგილებას ღერძების მობრუნების გარეშე. თუ ღერძების მობრუნებასაც ექნება ადგილი, მაშინ ზოგადი სახის ტრანსპარანტულ ნომოგრამასთან გვაქვს საქმე.

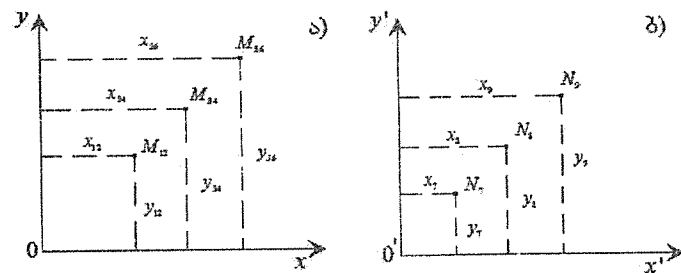
წინამდებარე წიგნში სათანადო ამოცანებში, გამოყენებულია ორიენტირებული ტრანსპარანტული ნომოგრამები, როგორც გამჭვირვალე, ისე გაუმჭვირვალე ტრანსპარანტებით, რომელთა მოძრაე ნაწილზე ანუ ტრანსპარანტზე განლაგებულია როგორც ბინარული ველები, ისე სკალები. ამიტომ ქვემოთ ძირითადად, ასეთი სახის ნომოგრამების აგების მეთოდებს განვიხილავთ.

მრავალი საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანა შეიძლება დაყვანილ იქნეს ტრანსპარანტული ნომოგრამის შემდეგ სახეზე:

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_7 &= f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9; \\ g_{12} - g_7 &= g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9, \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

სადაც f_{12} არის $f_{12}(\alpha_1, \alpha_2)$ ორცვლადიანი ფუნქციის შემოკლებული აღნიშვნა; f_7 არის $f_7(\alpha_7)$ ერთცვლადიანი ფუნქციის აღნიშვნა და ა.შ. კერძო შემთხვევებში f_{12} , g_{12} , f_{34} , g_{34} , f_{56} , g_{56} ფუნქციებიდან რომელიმე ერთი ან რამდენიმე შეიძლება იყოს ერთცვლადიანი ან ზოგჯერ მუდმივი სიდიდეც. ასევე f_7 , g_7 , f_8 , g_8 , f_9 , g_9 ერთცვლადიანი ფუნქციებიდან ზოგიერთი შეიძლება იყოს მუდმივი სიდიდე.

დავუშვათ, გვაქვს ორი სიბრტყე — ერთი xOy კოორდინატთა სისტემით და მეორე $x'O'y'$ კოორდინატთა სისტემით (ნახ. 1.17)



ნახ.1.17 წერტილები თავიანთი კოორდინატებით ნომოგრამაზე:

ა) უძრავი ნაწილი; ბ) მოძრავი ნაწილი — ტრანსპარანტი.

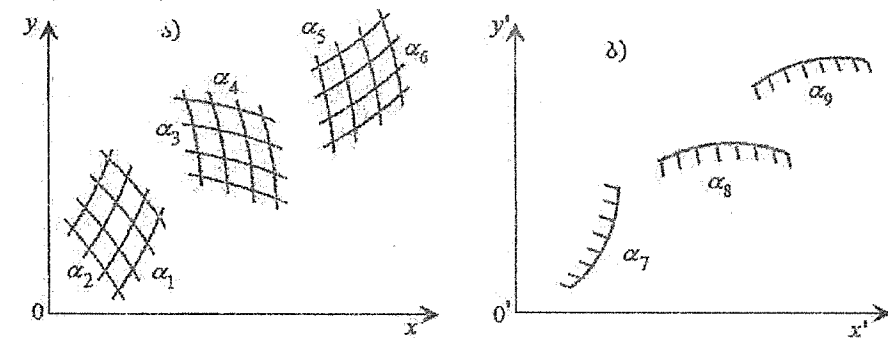
ნახ.1.17-ზე x_{12} და y_{12} არის M_{12} წერტილის კოორდინატები, ასევე x_{34} და y_{34} — M_{34} -ის, x_{56} და y_{56} — M_{56} -ის, ხოლო მოძრავ ნაწილზე x_7 , y_7 , x_8 , y_8 და x_9 , y_9 არიან N_7 , N_8 და N_9 წერტილების კოორდინატები.

მივიღოთ f_{12} და g_{12} ფუნქციები M_{12} წერტილის მიმდინარე კოორდინატებად, ასევე f_{34} და g_{34} — M_{34} -ის, ხოლო f_{56} და g_{56} — M_{56} -ის. მსგავსად, f_7 და g_7 , f_8 და g_8 , f_9 და g_9 ფუნქციები მივიღოთ N_7 , N_8 და N_9 წერტილების მიმდინარე კოორდინატებად, მაშინ (1.28)-ის ნაცვლად გვქვია

$$\left. \begin{aligned} x_{12} - x_7 &= x_{34} - x_8 = x_{56} - x_9, \\ y_{12} - y_7 &= y_{34} - y_8 = y_{56} - y_9, \end{aligned} \right\} \quad (1.29)$$

(1.29) დამოკიდებულებები კავშირს ამყარებენ უძრავ ნაწილზე განლაგებული M_{12} , M_{34} , M_{56} წერტილების კოორდინატებსა და მოძრავ ნაწილზე განლაგებული N_7 , N_8 და N_9 წერტილების კოორდინატებს შორის. აღნიშვნის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია ასეთია: თუ ნომოგრამის ბ) მოძრავ ნაწილს ისე დავდებთ ა) უძრავ ნაწილზე, რომ $O'x'$ ღერძი პარალელური იქნება Ox ღერძის, N_7 წერტილი დაემთხვევას M_{12} წერტილს, მაშინ N_8 და M_{34} , აგრეთვე N_9 და M_{56} წერტილებიც დაემთხვევიან ერთმანეთს. უკანასკნელი, უშუალოდ გამოდინარეობს (1.29)-ის წერტილთა კოორდინატების სხვაობების ტოლობის პირობიდან.

ზოგადად, $x_{12} = f_{12}$, $y_{12} = g_{12}$ და ა.შ. ტოლობებს შეესაბამება უძრავ ნაწილზე (α_1, α_2) , (α_3, α_4) , (α_5, α_6) ბინარული ველები (ნახ. 1.18 ა), ხოლო $x_7 = f_7$, $y_7 = g_7$ და ა.შ. ტოლობებს შეესაბამება ნომოგრამის მოძრავ ნაწილზე ანუ ტრანსპარანტზე — α_7 , α_8 , α_9 სკალები შესაბამისად (ნახ. 1.18 ბ).



ნახ. 1.18. ორიენტირებულ ტრანსპარანტიანი ნომოგრამის სქემა:

ა) უძრავი ნაწილი; ბ) ტრანსპარანტი.

ამგვარად, M_{12} , M_{34} და M_{56} წერტილების გეომეტრიული ადგილი უძრავ ნაწილზე (α_1, α_2) , (α_3, α_4) და (α_5, α_6) ბინარული ველებია. ასევე N_7 , N_8 და N_9 წერტილების გეომეტრიული ადგილი მოძრავ ნაწილზე — α_7 , α_8 და α_9 სკალებია. (1.29) ტოლობები კი (1.28) ტოლობების გეომეტრიული ინტერპრეტაციაა. 1.18 ნახაზზე წარმოდგენილ ნომოგრაფიულ კონსტრუქციას ეწოდება ნომოგრამა ორიენტირებული ტრანსპარანტით, სადაც ტრანსპარანტს ზოგჯერ შეიძლება ჰქონდეს სახაზავის სახე, რომლის ზედა (ან ქვედა) ნაწილში x ღერძის პარალელურად იქნება განლაგებული სკალები ან ფიქსირებული წერტილები.

ტრანსპარანტის უძრავ ნაწილზე დადებისას ორიენტირება ხდება Ox და $O'x'$ ღერძების პარალელურობით. ამისათვის უძრავ ნაწილზე ატარებენ Ox ღერძის პარალელურ ე.წ. საორიენტირო ზაზებს. როდესაც ტრანსპარანტს აქვს სახაზავის სახე, იგი შეიძლება

შესრულდეს ჩვეულებრივ გაუმჭვირვალე ქაღალდზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში სრულდება გამჭვირვალე ქაღალდზე.

(1.28) განტოლებათა სისტემა შეიცავს 9 ცვლადს. შეიძლება სისტემა შეიცავდეს როგორც 9-ზე მეტ, ისე ნაკლებ ცვლადს (მინიმუმია სამი, მაქსიმუმ კი არ არის განსაზღვრული).

(1.28) სისტემის ნომოგრამის ელემენტების კოორდინატები გამოვსახოთ ცხრილი 1.1-ის სახით

ცხრილი 1.1

x	f_{12}	f_7	f_{34}	f_8	f_{56}	f_9
y	g_{12}	g_7	g_{34}	g_8	g_{56}	g_9

ნომოგრამით სარგებლობის გასაღების მისაღებად (1.28) სისტემაში f ნიშანს ორი ინდექსით შევცვლით M -ით, ხოლო იგივე f ნიშანს ერთი ინდექსით - N -ით, რის შედეგად შეგვიძლია ნომოგრამის უძრავი და მოძრავი ნაწილების კონტაქტი ასე გამოვსახოთ

$$M_{12}=|N_7, \quad M_{34}=|N_8, \quad M_{56}=|N_9.$$

ცვლადებით გამოსახვისას გვექნება

$$(\alpha_1, \alpha_2)=|\alpha_7, (\alpha_3, \alpha_4)=|\alpha_8, (\alpha_5, \alpha_6)=|\alpha_9,$$

სადაც $||$ ნიშანი ორმაგი კონტაქტის ანუ უძრავ და მოძრავ ნაწილებზე წერტილების კონტაქტია. არის წერტილის ზაზთან კონტაქტის აღმნიშვნელი ნიშანიც $|-|$, რომელსაც უბრალო კონტაქტი ჰქვია.

ხმარებისათვის მოხერხებული ტრანსპარანტული ნომოგრამის ასაგებად საჭიროა მისი ამა თუ იმ სახით გარდაქმნა.

შევიტანოთ (1.28) სისტემის განტოლებებში შემდეგი ნებისმიერი პარამეტრები

$$\delta_x, \delta_y, \mu_x, \mu_y, a, b, c, d, a_0, b_0, a'_0 \text{ და } b'_0$$

(1.28)-ის პირველი ტოლობა ვაგამრავლოთ δ_y -ზე, ხოლო მეორე - δ_x -ზე:

$$\left. \begin{aligned} \delta_y f_{12} - \delta_y f_7 &= \delta_y f_{34} - \delta_y f_8 = \delta_y f_{56} - \delta_y f_9, \\ \delta_x g_{12} - \delta_x g_7 &= \delta_x g_{34} - \delta_x g_8 = \delta_x g_{56} - \delta_x g_9. \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

შეგვიერთოთ (1.28)-ის პირველი ტოლობის წევრები და (1.30)-ის მეორე ტოლობის წევრები, ასევე (1.28)-ის მეორე ტოლობის და (1.30)-ის პირველი ტოლობის წევრები:

$$\left. \begin{aligned} (f_{12} + \delta_x g_{12}) - (f_7 + \delta_x g_7) &= (f_{34} + \delta_x g_{34}) - (f_8 + \delta_x g_8) = \\ &= (f_{56} + \delta_x g_{56}) - (f_9 + \delta_x g_9); \\ (\delta_y f_{12} + g_{12}) - (\delta_y f_7 + g_7) &= (\delta_y f_{34} + g_{34}) - (\delta_y f_8 + g_8) = \\ &= (\delta_y f_{56} + g_{56}) - (\delta_y f_9 + g_9). \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

ვაგამრავლოთ (1.31)-ის პირველი ტოლობა μ_x -ზე, ხოლო მეორე - μ_y -ზე:

$$\left. \begin{aligned} (\mu_x f_{12} + \mu_x \delta_x g_{12}) - (\mu_x f_7 + \mu_x \delta_x g_7) &= (\mu_x f_{34} + \mu_x \delta_x g_{34}) - (\mu_x f_8 + \mu_x \delta_x g_8) = \\ &= (\mu_x f_{56} + \mu_x \delta_x g_{56}) - (\mu_x f_9 + \mu_x \delta_x g_9), \\ (\mu_y \delta_y f_{12} + \mu_y g_{12}) - (\mu_y \delta_y f_7 + \mu_y g_7) &= (\mu_y \delta_y f_{34} + \mu_y g_{34}) - (\mu_y \delta_y f_8 + \mu_y g_8) = \\ &= (\mu_y \delta_y f_{56} + \mu_y g_{56}) - (\mu_y \delta_y f_9 + \mu_y g_9). \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

$a, b, c, d, a_0, b_0, a'_0$ და b'_0 პარამეტრების შესატანად დავწეროთ იგივეობა

$$\left. \begin{aligned} a_0 - a'_0 &= (a_0 + a) - (a'_0 + a) = (a_0 + c) - (a'_0 + c), \\ b_0 - b'_0 &= (b_0 + b) - (b'_0 + b) = (b_0 + d) - (b'_0 + d). \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

შევაჯამოთ (1.32) და (1.33) სისტემების პირველი და მეორე ტოლობების წევრები:

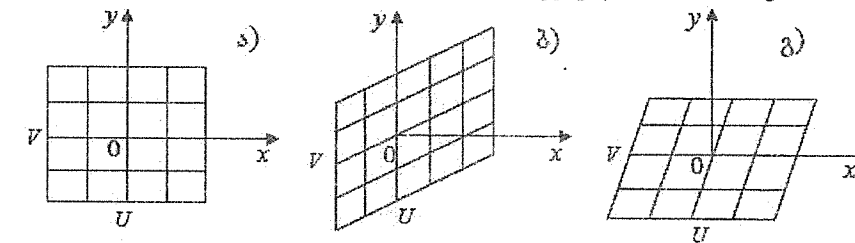
$$\left. \begin{aligned} (a_0 + \mu_x f_{12} + \mu_x \delta_x g_{12}) - (a'_0 + \mu_x f_7 + \mu_x \delta_x g_7) &= \\ = (a_0 + a + \mu_x f_{34} + \mu_x \delta_x g_{34}) - (a'_0 + a + \mu_x f_8 + \mu_x \delta_x g_8) &= \\ = (a_0 + c + \mu_x f_{56} + \mu_x \delta_x g_{56}) - (a'_0 + c + \mu_x f_9 + \mu_x \delta_x g_9), \\ (b_0 + \mu_y \delta_y f_{12} + \mu_y g_{12}) - (b'_0 + \mu_y \delta_y f_7 + \mu_y g_7) &= \\ = (b_0 + b + \mu_y \delta_y f_{34} + \mu_y g_{34}) - (b'_0 + b + \mu_y \delta_y f_8 + \mu_y g_8) &= \\ = (b_0 + d + \mu_y \delta_y f_{56} + \mu_y g_{56}) - (b'_0 + d + \mu_y \delta_y f_9 + \mu_y g_9). \end{aligned} \right\} \quad (1.34)$$

(1.34) განტოლებათა სისტემა იგივეურად გარდაქმნილი (1.28) სისტემაა და მისი ნომოგრამა იგივე დამოკიდებულების გეომეტრიული გამომსახველი იქნება. გარდაქმნილი ნომოგრამის ელემენტების განტოლებები მოცემულია 1.2 ცხრილში.

ცხრ.1.2

ნომოგრამის უძრავი ნაწილი			
	ველი (α_1, α_2)	ველი (α_3, α_4)	ველი (α_5, α_6)
x	$a_0 + \mu_x f_{12} + \mu_x \delta_x g_{12}$	$a_0 + a + \mu_x f_{34} + \mu_x \delta_x g_{34}$	$a_0 + c + \mu_x f_{56} + \mu_x \delta_x g_{56}$
y	$b_0 + \mu_y \delta_y f_{12} + \mu_y g_{12}$	$b_0 + b + \mu_y \delta_y f_{34} + \mu_y g_{34}$	$b_0 + d + \mu_y \delta_y f_{56} + \mu_y g_{56}$
ნომოგრამის მოძრავი ნაწილი (ტრანსპარანტი)			
	სკალა α_7	სკალა α_8	სკალა α_9
x	$a'_0 + \mu_x f_7 + \mu_x \delta_x g_7$	$a'_0 + a + \mu_x f_8 + \mu_x \delta_x g_8$	$a'_0 + c + \mu_x f_9 + \mu_x \delta_x g_9$
y	$b'_0 + \mu_y \delta_y f_7 + \mu_y g_7$	$b'_0 + b + \mu_y \delta_y f_8 + \mu_y g_8$	$b'_0 + d + \mu_y \delta_y f_9 + \mu_y g_9$

ნომოგრამის გარდაქმნილი პარამეტრების გეომეტრიული არსი შემდეგია: μ_x და μ_y პარამეტრები აბსცისთა და ორდინატთა ღერძების გასწვრივ მასშტაბს (მოძულს) განსაზღვრავენ, δ_x პარამეტრი წარმოადგენს OX ღერძის გასწვრივ ძვრას ($\delta_x = 0$ დროს), ხოლო δ_y პარამეტრი - OY ღერძის გასწვრივ ($\delta_y = 0$ დროს). δ_x და δ_y პარამეტრების ნომოგრამის ელემენტებზე ზეგავლენის ილუსტრაციაა მოცემული 1.19 ნახაზზე.



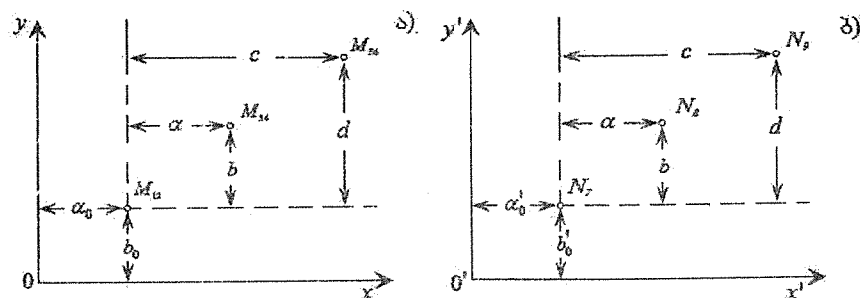
ნახ. 1.19 კვადრატის გარდაქმნა ღერძების გასწვრივ ძვრისას:

- (U, V) ველი გარდაქმნამდე;
- იგივე ველი OX ღერძის გასწვრივ ძვრისას (δ_x).
- ველი OY ღერძის გასწვრივ ძვრისას (δ_y).

1.19 ა) ნახაზზე გამოსახულია (U, V) ბინარული ველი δ_x და δ_y პარამეტრების შეტანამდე - $x = \mu_x U, y = \mu_y V$;

1.19 ბ) და 1.19 გ) ნახაზებზე იგივე ველია გამოსახული δ_x და δ_y პარამეტრების შეტანის შემდეგ: $x = \mu_x(U + \delta_x V), y = \mu_y V$; $x = \mu_x U, y = \mu_y(\delta_y U + V)$.

$a, b, c, d, a_0, b_0, a'_0$ და b'_0 პარამეტრების გეომეტრიული არსი მოცემულია 1.20 ნახაზზე.



ნახ. 1.20. $a_0, b_0, a', b', a, b, c, d$ პარამეტრების გეომეტრიული არსი:
ა) ნომოგრამის უძრავი ნაწილი; ბ) ტრანსპარანტი.

ნახაზზე მოცემული პარამეტრებით აიგება ბინარული ველებისა და სკალების განტოლებები უძრავ და მოძრავ ნაწილებზე.

ცხრილი 1.2-დან და ნახ. 1.20-დან ჩანს, რომ a_0 და b_0 განსაზღვრავენ უძრავ ნაწილზე კოორდინატთა სათავეს, ხოლო a' და b' პარამეტრები – ტრანსპარანტზე. a, b, c და d პარამეტრები საშუალებას გვაძლევენ მოხერხებულად განვალაგოთ $(\alpha_1, \alpha_2), (\alpha_3, \alpha_4)$ და (α_5, α_6) ბინარული ველები ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე და შესაბამისად α_7, α_8 და α_9 სკალები ტრანსპარანტზე.

(1.28) კანონიკურ ფორმაზეა დაყვანილი და აგებულია შესაბამისი ნომოგრამები წიგნის მეოთხე თავის შემდეგი ამოცანებისათვის:

1. სამშენებლო ბადის ელემენტების სიზუსტეთა ანგარიში;
2. ემპირიული ფორმულის პარამეტრების ანგარიში ვერტიკალური დაწევებითა და სიჩქარით ექსპონენციალური დამოკიდებულებისათვის;
3. ემპირიული ფორმულის პარამეტრების ანგარიში ჰიპერბოლური დამოკიდებულებისათვის.

(1.28) კანონიკური ფორმის კერძო შემთხვევაა გამოყენებული დეფორმაციული პარამეტრების ანგარიშისას დაწევის, დაწევის სიჩქარისა და დაწევის აჩქარების გამოყენებით, რომელიც ოთხი ველითა და ოთხი სკალითაა წარმოდგენილი უძრავ და მოძრავ ნაწილებზე.

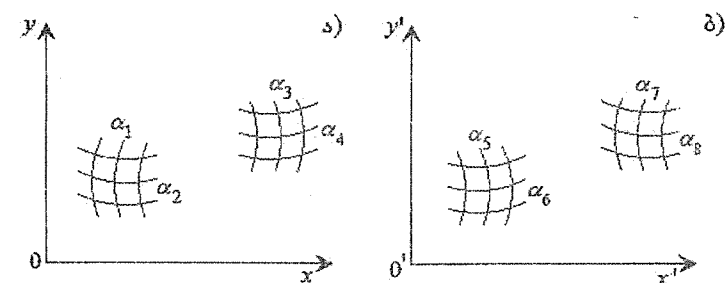
ტრანსპარანტული ნომოგრამის ზოგადი სახის ფორმა, რომლისგანაც კერძო შემთხვევების სახით მიიღება როგორც ბინარულველებიანი, ისე სკალებიანი (რამდენიმე ბინარული ველითა და სკალით) ნომოგრამები, მოცემულია ქვემოთ (კანონიკური ფორმა (1.35))

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_{1+2n, 2+2n} &= f_{2K-1, 2K} - f_{2K-1+2n, 2K+2n} \\ g_{12} - g_{1+2n, 2+2n} &= g_{2K-1, 2K} - g_{2K-1+2n, 2K+2n} \\ K &= 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

როდესაც (1.35) სისტემაში $n = 2$, მივიღებთ შემდეგ ფორმას

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_{56} &= f_{34} - f_{78} \\ g_{12} - g_{56} &= g_{34} - g_{78} \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

(1.36) ფორმის ტრანსპარანტული ნომოგრამის უძრავ და მოძრავ ნაწილებზე გვექნება ორ-ორი ბინარული ველი (შესაძლებელია რომელიმე ბინარული ველი შეცვალოს სკალამ), რომლის სქემა მოცემულია 1.21 ნახაზზე.



ნახ. 1.21. (1.36) კანონიკური ფორმის ტრანსპარანტული ნომოგრამის სქემა:
ა) უძრავი ნაწილი; ბ) ტრანსპარანტი.

1.21. ნახაზზე მოცემული ნომოგრამით სარგებლობის გასაღებია:

$$Ox \parallel O'x'; (\alpha_1, \alpha_2) \equiv (\alpha_5, \alpha_6); (\alpha_3, \alpha_4) \equiv (\alpha_7, \alpha_8).$$

(1.36) ფორმის ნომოგრამის აგების მეთოდიკა იგივეა, რაც (1.28)-თვის იმ განსხვავებით, რომ (1.28) სისტემა მოიცავდა უძრავ ნაწილზე 3 ბინარულ ველს, ხოლო მოძრავზე – სამ სკალას. (1.36) სისტემა კი როგორც უძრავ, ისე მოძრავ ნაწილზე შეიცავს ორ-ორი ბინარულ ველს. ნომოგრამის შემადგენელი ბინარული ველების ელემენტების განტოლებები კოორდინატებში და გარდაქმნის პარამეტრები მოცემულია 1.3 ცხრილში.

$\mu_x, \mu_y, \delta_x, \delta_y, a_0, b_0, a', b', a, b$, გარდაქმნის პარამეტრების არსი იგივეა, რაც ზემოთ იყო განმარტებული. ამ პარამეტრების შერჩევაზე დამოკიდებული, თუ რამდენად მოხერხებული იქნება ნომოგრამა ზმარებისას.

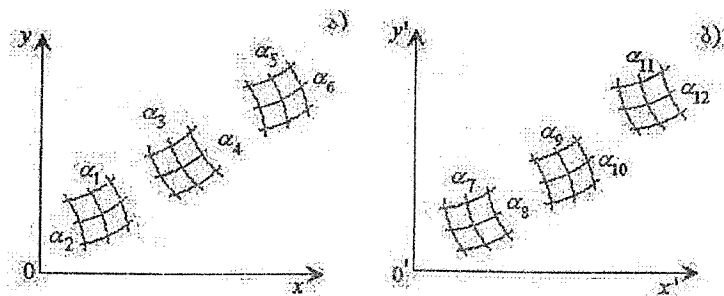
ცხრილი 1.3

ნომოგრამის უძრავი ნაწილი		
კოორდინატები	ბინარული ველი (α_1, α_2)	ბინარული ველი (α_3, α_4)
x	$a_0 + \mu_x(f_{12} + \delta_x g_{12})$	$a_0 + a + \mu_x(f_{34} + \delta_x g_{34})$
y	$b_0 + \mu_y(\delta_y f_{12} + g_{12})$	$b_0 + b + \mu_y(\delta_y f_{34} + g_{34})$
ტრანსპარანტი		
კოორდინატები	ბინარული ველი (α_5, α_6)	ბინარული ველი (α_7, α_8)
x	$a'_0 + \mu_x(f_{56} + \delta_x g_{56})$	$a'_0 + a + \mu_x(f_{78} + \delta_x g_{78})$
y	$b'_0 + \mu_y(\delta_y f_{56} + g_{56})$	$b'_0 + b + \mu_y(\delta_y f_{78} + g_{78})$

(1.36) ტიპის ნომოგრამა გამოყენებული წიგნში გადმოცემული ვერტიკალური დაწევების ექსპონენციალური ფორმულის პარამეტრების სიდიდეთა დასადგენად.

თუ (1.35) ზოგადი სახის ტრანსპარანტული ნომოგრამის ფორმაში მივიღებთ, რომ $n = 3$ გვექნება სამ-სამი ბინარული ველების შემცველი ნომოგრამა, რომლის სქემა გამოსახულია 1.22 ნახაზზე და რომლის კანონიკური ფორმა:

$$\left. \begin{aligned} f_{12} - f_{78} &= f_{34} - f_{9,10} = f_{56} - f_{11,12} \\ g_{12} - g_{78} &= g_{34} - g_{9,10} = g_{56} - g_{11,12} \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$



ნახ. 1.22. (1.37) კანონიკური ფორმის ტრანსპარანტული ნომოგრამის სქემა:

ა) უძრავი ნაწილი; ბ) ტრანსპარანტი.

ნომოგრამით სარგებლობის გასაღებია:

$$Ox \parallel O'x'; (\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_7, \alpha_8); (\alpha_3, \alpha_4) = (\alpha_9, \alpha_{10});$$

$$(\alpha_5, \alpha_6) = (\alpha_{11}, \alpha_{12}).$$

(1.37) ფორმის ნომოგრამის ელემენტების განტოლებები მოცემულია 1.4 ცხრილში.

ცხრილი 1.4.

ნომოგრამის უძრავი ნაწილი			
კოორდინატები	ველი (α_1, α_2)	ველი (α_3, α_4)	ველი (α_5, α_6)
x	$a_0 + \mu_x(f_{12} + \delta_x g_{12})$	$a_0 + a + \mu_x(f_{34} + \delta_x g_{34})$	$a_0 + c + \mu_x(f_{56} + \delta_x g_{56})$
y	$b_0 + \mu_y(\delta_y f_{12} + g_{12})$	$b_0 + b + \mu_y(\delta_y f_{34} + g_{34})$	$b_0 + d + \mu_y(\delta_y f_{56} + g_{56})$
ტრანსპარანტი			
კოორდინატები	ველი (α_7, α_8)	ველი (α_9, α_{10})	ველი $(\alpha_{11}, \alpha_{12})$
x	$a'_0 + \mu_x(f_{78} + \delta_x g_{78})$	$a'_0 + a + \mu_x(f_{9,10} + \delta_x g_{9,10})$	$a'_0 + c + \mu_x(f_{11,12} + \delta_x g_{11,12})$
y	$b'_0 + \mu_y(\delta_y f_{78} + g_{78})$	$b'_0 + b + \mu_y(\delta_y f_{9,10} + g_{9,10})$	$b'_0 + d + \mu_y(\delta_y f_{11,12} + g_{11,12})$

პარამეტრების სათანადო შერჩევით მივიღებთ 1.22 ნახაზზე გამოსახულ ტრანსპარანტული ნომოგრამის მსგავსს.

ამ ტიპის ნომოგრამითაა წარმოდგენილი წიგნის მეოთხე თავში მოცემული საწმენდი სანგრევის პარამეტრების საოპტიმიზაციო ამოცანა (ნახ. 4.7).

ყოველივე ზემონათქვამიდან შეიძლება დავასკვნათ, რომ ორიენტირებული ტრანსპარანტული ნომოგრამებით შეგვიძლია წარმოვადგინოთ მრავალცვლადიანი განტოლებები და განტოლებათა სისტემები, როგორც ბინარული ველებითა და სკალებით, ისე გამჭვირვალე და გაუმჭვირვალე (სახაზავის სახის) ტრანსპარანტებით. (1.35) ზოგადი კანონიკური ფორმის ტრანსპარანტული ნომოგრამების კერძო შემთხვევებიდან ჩვენ, საჭიროებიდან გამომდინარე, განვიხილეთ მხოლოდ (1.36) 8 უცნობის შემცველი ფორმისა და (1.37) 12 უცნობის შემცველი ფორმის ნომოგრამების აგების მეთოდიკა უძრავ და მოძრავ ნაწილებზე ბინარული ველებით,

აგრეთვე (1.28) კანონიკური ფორმისა 9 უცნობით უძრავ ნაწილზე ველებითა და მოძრავზე – სკალებით.

დაბოლოს, გვინდა აღვნიშნოთ, რომ უამრავი სახის ნომოგრამებიდან ჩვენ განვიხილეთ მხოლოდ იმ ტიპის ნომოგრამების აგების მეთოდიკა, რომლებიც წარმოდგენილია წიგნში სათანადო საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანებით. განხილული ნომოგრამების გამოყენება შესაძლებელია როგორც გამოთვლითი მიზნით, ისე ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის.

გამოთვლითი მიზნით ნომოგრამების გამოყენების არე განისაზღვრება პასუხის მიღების იმ სიზუსტით, რომელსაც ნომოგრამა იძლევა. ეს სიზუსტე კი დამოკიდებულია ნომოგრაფირებადი ფორმლის სახეზე, უცნობების ცვალებადობათა ზღვრებზე, ნომოგრამის შერჩეულ ტიპზე (ერთი და იგივე ფორმლისათვის ზოგჯერ რამდენიმე სახის ნომოგრამის აგება შეიძლება), ნახაზის ზომებზე და სხვა. გამოთვლების მიზნით შერჩეული ნომოგრამებიდან ყველაზე მოხერხებულ და მისადაგებულ ნომოგრამებად ითვლება გასწორებული წერტილების ელემენტარული და ორიენტირებული ტრანსპარანტული ნომოგრამები.

ნომოგრამა, რომლის დანიშნულებაა ფუნქციონალური დამოკიდებულების გაანალიზება, ამ დამოკიდებულების თვალსაჩინო გეომეტრიულ გამოსახულებას უნდა იძლეოდეს. უცნობების ცვალებადობათა ზღვრები სასურველია სრული იყოს, რომ მოვიცვათ ყველა შესაძლო შემთხვევა. ასეთ შემთხვევებშიც ყველაზე მოხერხებული სახის ნომოგრამებია – გასწორებული წერტილებისა და ორიენტირებული ტრანსპარანტის.

ფართო გამოყენებას პოულობს ნომოგრაფიული მეთოდები ემპირიული ფორმულის პარამეტრების შერჩევის ამოცანებში, რომლებიც საკმაოდაა წარმოდგენილი წიგნში (ნახ. 4.3; 4.4; 4.5; 4.6).

უნდა აღინიშნოს, რომ 3 ცვლადიანი დამოკიდებულებები ყოველთვის შეგვიძლია გამოვსახოთ ბადური ნომოგრამით ან, ზოგჯერ გასწორებული წერტილებისა და ტრანსპარანტული ნომოგრამებით. თუ გვაქვს 4 და მეტ ცვლადიანი დამოკიდებულებები მათი წარმოდგენა ნომოგრამებით ყოველთვის არ ხერხდება.

განსაკუთრებული ყურადღება ნომოგრამის აგებისას უნდა მიექცეს ცვლადების ცლილებათა დიაპაზონისა და გარდაქმნის პარამეტრების შერჩევას.

მიახლოებითი ნომოგრაფირების შემთხვევაში პასუხის მიღების სიზუსტის შეფასებისას, აუცილებელია არა მარტო აპროქსიმაციის ცდომილების, არამედ ნომოგრამით სარგებლობის ცდომილების გათვალისწინებაც.

ნომოგრამების საბოლოო სახით გაფორმება ისე უნდა მოხდეს, რომ მაქსიმალურად გამარტივდეს მათი გამოყენება. ნახაზს თან უნდა ერთვის სარგებლობის თვალსაჩინო გასაღები და კონკრეტული მაგალითი.

თავი 2. საინჟინრო გეოდეზიის ამოცანები, წარმოდგენილი გადური ნომოგრამებით

ბადური ტიპის ნომოგრამების ერთ-ერთი კერძო შემთხვევის — დეკარტის მართკუთხა აბაყების სახით არის წარმოდგენილი ქვემოთ მოცემული გეოდეზიური ამოცანების გრაფიკული ამოხსნები. ეს ამოცანებია: მრავალსაფეხურიან გეოდეზიურ გეგმურ ქსელში ცალკეული საფეხურის სიზუსტის ანგარიში; ტრილატერაციის ქსელში კუთხეების განსაზღვრის სიზუსტეთა ანგარიში; პირდაპირი კუთხური გადაკვეთის ფარდობითი ცდომილების ანგარიში; გაჭიმულ პოლიგონომეტრიულ ქსელში ღირეცეული კუთხის შეცდომის ანგარიში.

2.1. მრავალსაფეხურიან ქსელში ცალკეული

საფეხურის სიზუსტის ანგარიში

მსხვილმასშტაბიანი აგეგმვების იმ ტერიტორიაზე, რომელზეც გეოდეზიური გეგმური საფუძვლის საყრდენი პუნქტები არ გვაქვს, ცალკეულ საფეხურში მოთხოვნილი სიზუსტის საანგარიშოდ ვიყენებთ შემდეგ პირობას — მრავალსაფეხურიანი ქსელის ბოლო საფეხურზე 1 კმ-ით დაშორებული ორი პუნქტის ურთიერთმდებარეობის ცდომილება ყველა წინა საფეხურებში განაზომთა შეცდომების გათვალისწინებით, არ აღემატება m_0 სიდიდეს. თითოეულ საფეხურში განაზომთა შეცდომების გავლენა m_0 ჯამურ სიდიდეზე აღვნიშნოთ m_1, m_2, \dots, m_n -ით, სადაც m -ის ინდექსები საფეხურის რიგით ნომერს აღნიშნავს. რადგანაც ისინი ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი სიდიდეებია, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ [12, 14, 15]

$$m_0 = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2}. \quad (2.1)$$

m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) სიდიდე საფუძვლის განვითარების ნებისმიერ საფეხურზე შეიძლება გამოვთვალოთ ფორმულით [12, 13, 15]

$$m_i = \frac{m_0 \cdot k^{i-1}}{\sqrt{1 + k^2 + k^4 + \dots + k^{2(n-1)}}}, \quad (2.2)$$

სადაც m_0 არის საფუძვლის განვითარების ბოლო საფეხურზე 1 კმ-ით დაშორებული ორი პუნქტის ურთიერთმდებარეობის საერთო ჯამური შეცდომა; k — სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტი წინა საფეხურიდან მომდევნოზე გადასვლისას; i — საფეხურის რიგითი ნომერი; n — საფეხურების რაოდენობა ერთიან ქსელში.

m_0 სიდიდე გეგმაზე 0,2 მმ მიიღება, რაც 1:500 მასშტაბისთვის 10 სმ-ია. როგორც (2.2) ფორმულიდან ჩანს, m_i -ის სიდიდე მცირდება დამოკიდებული n -ზე ანუ საფეხურების რაოდენობაზე და დიდად არის დამოკიდებული სიზუსტის უზრუნველყოფის k კოეფიციენტზე.

როგორც ბადური ტიპის ნომოგრამების აგების მეთოდიკაშია მითითებული (1.4), მისი დახმარებით შესაძლებელია ნებისმიერი სამი ცვლადის შემცველი განტოლების წარმოდგენა გრაფიკულად. რადგან (2.2) განტოლება შეიცავს ოთხ ცვლადს — m_0 , k , m_i და n , ამიტომ მეთოდე ცვლადის — n საფეხურების რაოდენობის ვარირებით ავაგებთ შესაბამისი რაოდენობის გრაფიკული ამონახსნების სერიას. აგებას ვახდენთ ორთოგონალური კოორდინატთა ბადის გამოყენებით, რომლის X ღერძს ვამთხვევთ m_0 -ს, Y ღერძს — k -ს. $m_i = (i = 1, 2, \dots, n)$ მრუდხაზოვანი წირები აიგება (m_0, k) ბინარულ ველში, იგივე დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში აბაყების სახით.

ქვემოთ წარმოდგენილი ყველა შემთხვევისათვის ნომოგრამის გარდაქმნის პარამეტრების — m , n , a , b სიდიდეები აგების მეთოდიკის მიხედვით ტოლია: $a = 0$; $b = 1$. კოორდინატთა ღერძების გასწვრივ ბადის სიგრძეები ტოლია $L_x = L_y = 100$ მმ. აქედან გამომდინარე, აგებული ნახაზებისთვის X ღერძის გასწვრივ მასშტაბი $m = 2$, ხოლო Y ღერძის გასწვრივ — $n = 40$.

ამ პარამეტრების მიხედვითაა აგებული (2.2) გამოსახულების ბადური ტიპის ნომოგრამები და წარმოდგენილია ქვემოთ ნახაზებზე. ცვლადების ცვლილებათა დიაპაზონი ყველა შემთხვევაში აღებულია $m_0 = 0 - 50$ სმ, $K = 1 - 3,5$.

2.1 და 2.2 ნახაზებზე მოცემულია ნომოგრამები ორსაფეხურიანი ქსელის თითოეული საფეხურის — m_1 და m_2 სიზუსტეების განსაზღვრისათვის ($n = 2$):

$$m_1 = m_0 / \sqrt{1 + K^2}; \quad (2.3)$$

$$m_2 = m_0 \cdot k / \sqrt{1 + K^2}. \quad (2.4)$$

2.3, 2.4 და 2.5 ნახაზებზე მოცემულია ნომოგრამები სამსაფეხურიანი ქსელის თითოეული საფეხურის — m_1 , m_2 და m_3 სიზუსტეების განსაზღვრისათვის ($n = 3$):

$$m_1 = m_0 / \sqrt{1 + K^2 + K^4}; \quad (2.5)$$

$$m_2 = m_0 \cdot K / \sqrt{1 + K^2 + K^4}; \quad (2.6)$$

$$m_3 = m_0 \cdot K^2 / \sqrt{1 + K^2 + K^4}. \quad (2.7)$$

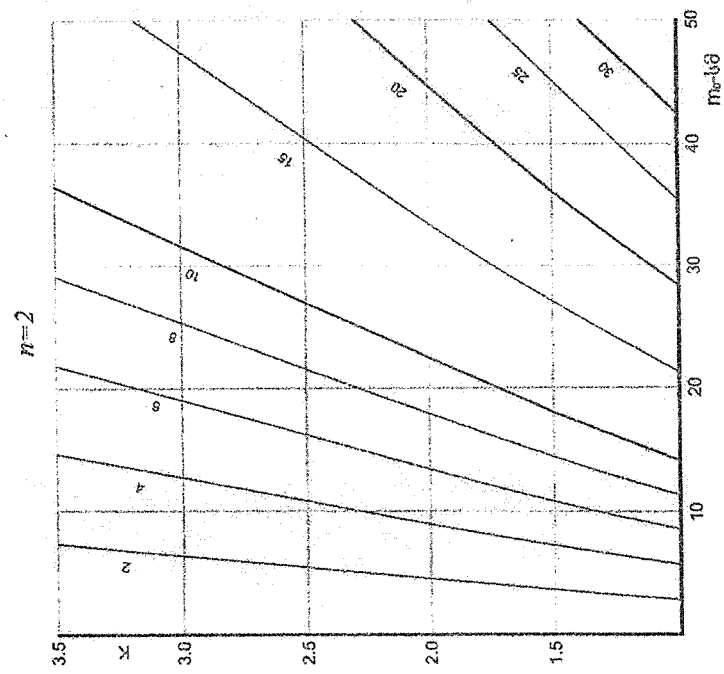
2.6, 2.7, 2.8 და 2.9 ნახაზებზე კი მოცემულია ბადური ტიპის ნომოგრამები ოთხსაფეხურიანი ქსელის თითოეული საფეხურის — m_1 , m_2 , m_3 და m_4 — სიზუსტეების განსაზღვრისათვის ($n = 4$):

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 + K^2 + K^4 + K^6}}; \quad (2.8)$$

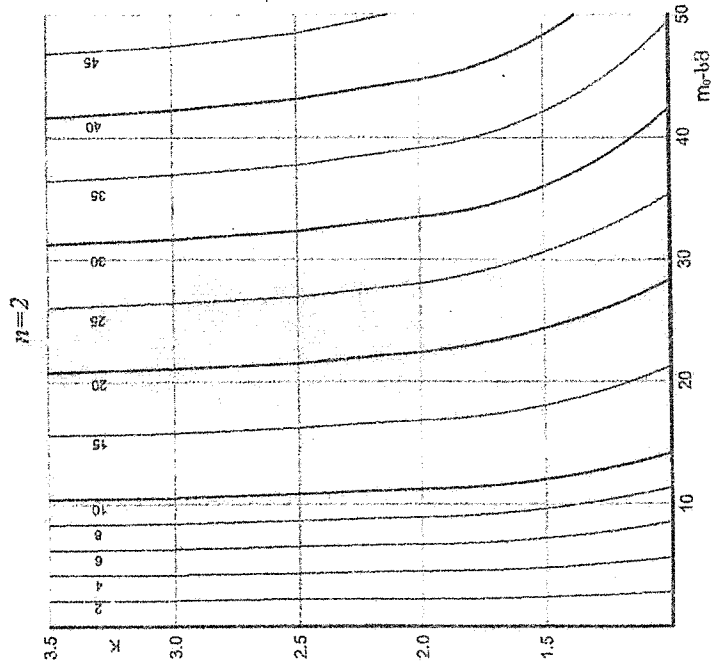
$$m_2 = m_0 \cdot \frac{K}{\sqrt{1 + K^2 + K^4 + K^6}}; \quad (2.9)$$

$$m_3 = m_0 \cdot \frac{K^2}{\sqrt{1 + K^2 + K^4 + K^6}}; \quad (2.10)$$

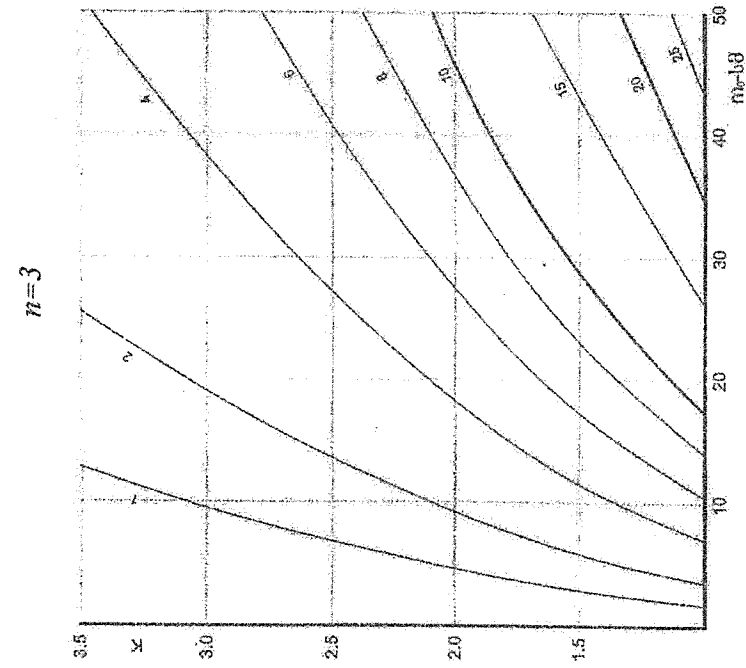
$$m_4 = m_0 \cdot \frac{K^3}{\sqrt{1 + K^2 + K^4 + K^6}}. \quad (2.11)$$



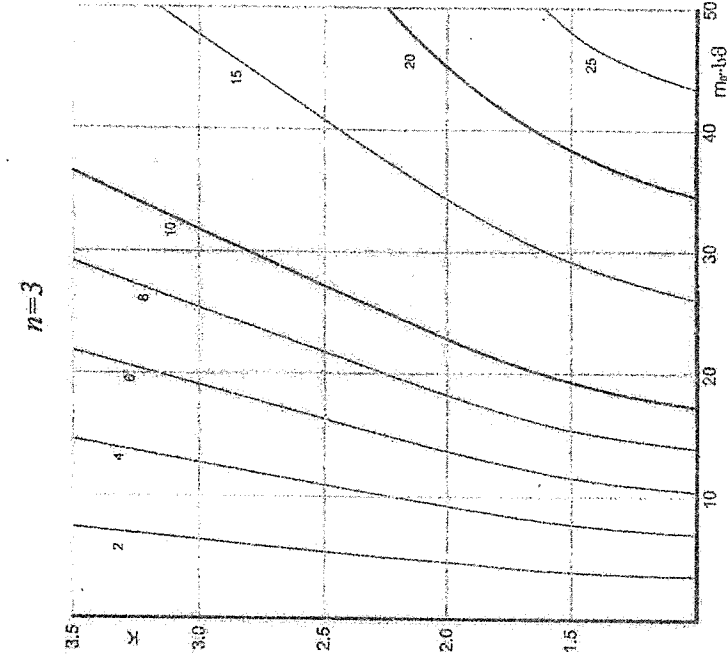
ნახ. 2.1 ნიმუში (2.3) დამოკიდებულების



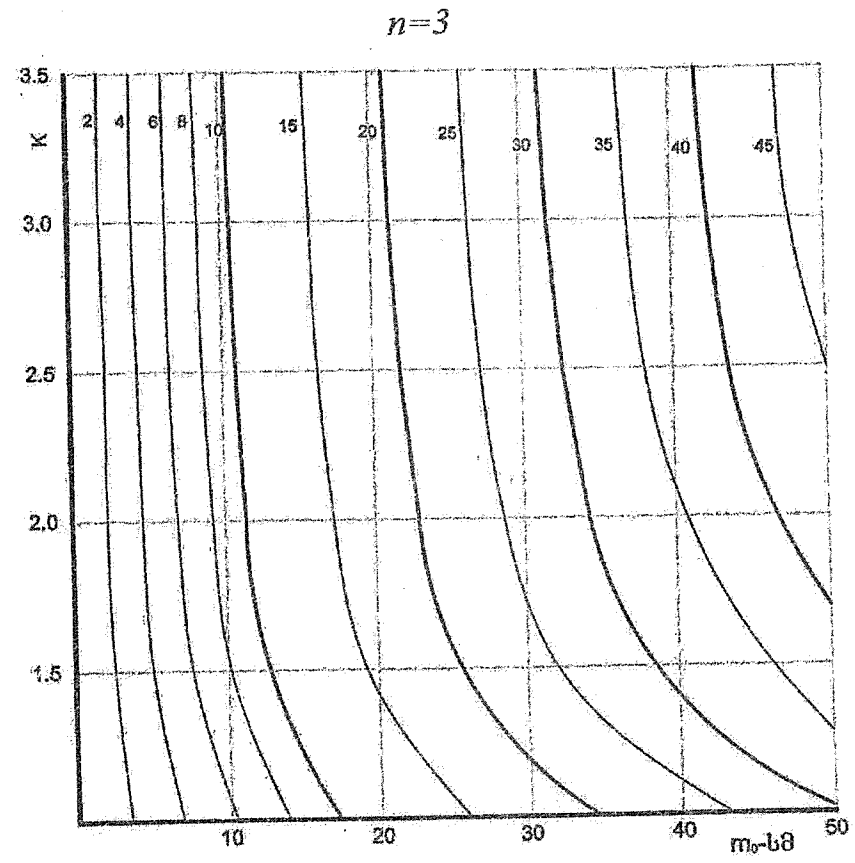
ნახ. 2.2 ნიმუში (2.4) დამოკიდებულების



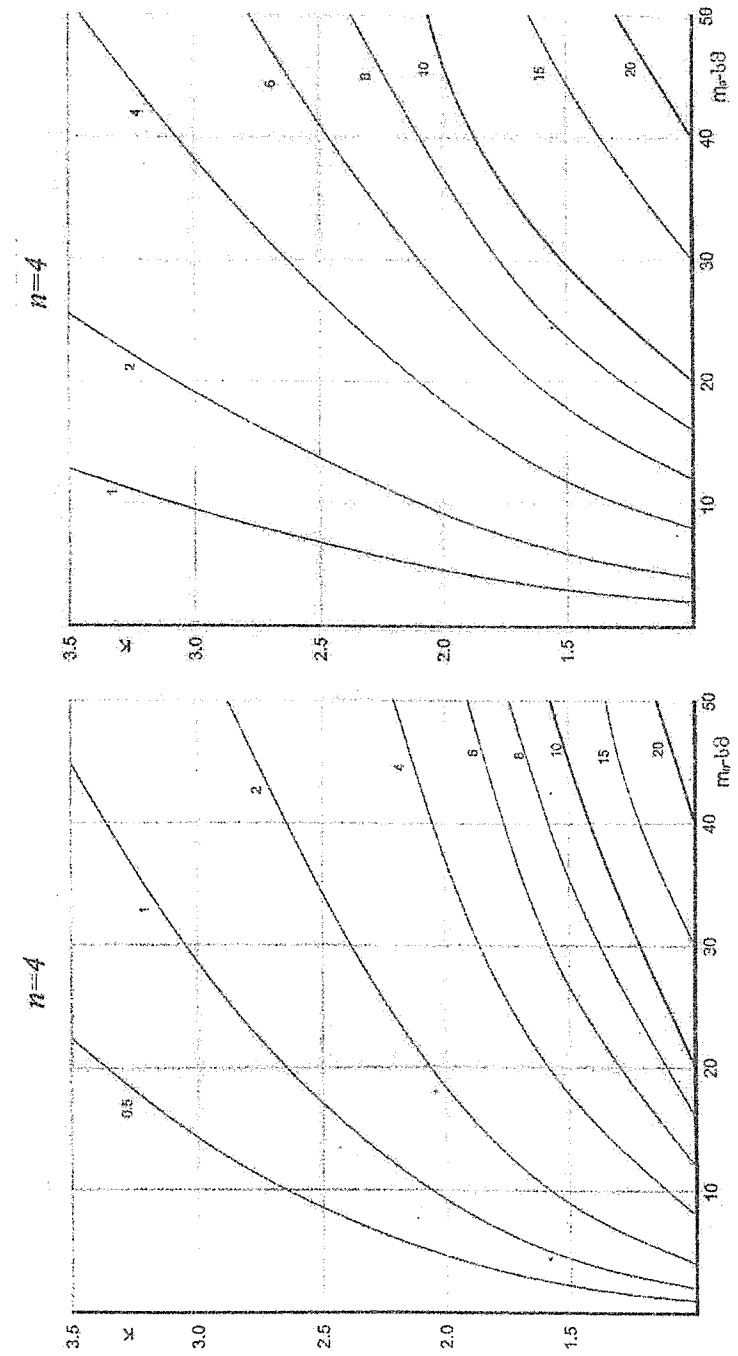
ნახ. 2.3 ნიმუში (2.5) დამოკიდებულების



ნახ. 2.4 ნიმუში (2.6) დამოკიდებულების

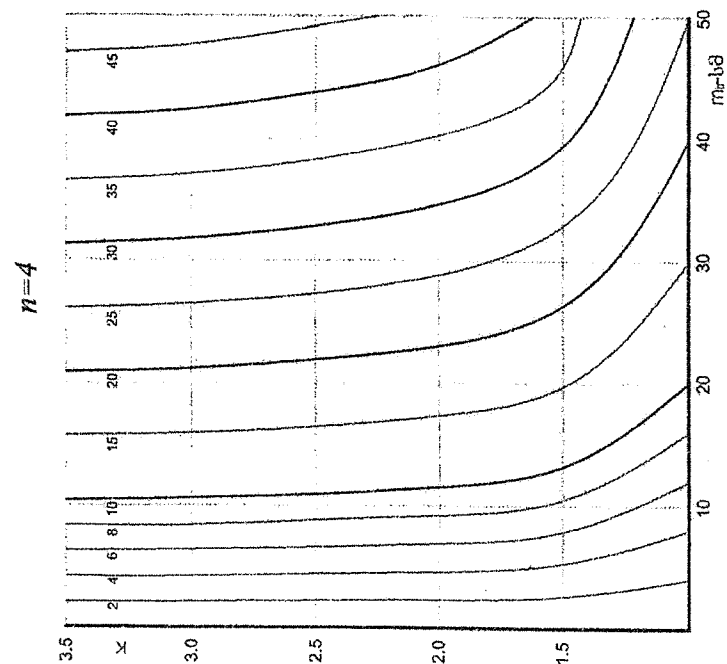


ნახ. 2.5 ნომოგრამა (2.7) დამოკიდებულებათვის.

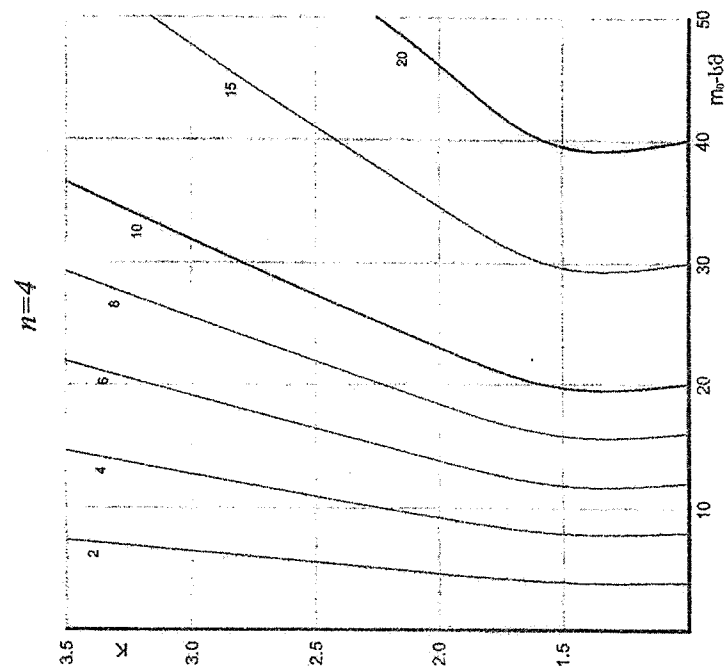


ნახ. 2.6 ნომოგრამა (2.8) დამოკიდებულებათვის

ნახ. 2.7 ნომოგრამა (2.9) დამოკიდებულებათვის



ნახ. 2.9 ნომოგრამა (2.11) დამოკიდებულებისათვის



ნახ. 2.8 ნომოგრამა (2.10) დამოკიდებულებისათვის

ზემოთ მოცემული ბადური ტიპის ნომოგრამებით სარგებლობის პრინციპი მარტივია: მოცემული m_0 და K პარამეტრების ნებისმიერი სიდიდებით ვადგენთ საფეხურებში სიზუსტეებს; თუ წინასწარ არის ცნობილი საფეხურებში სიზუსტეები და ერთ-ერთი პარამეტრი m_0 ან K , შეგვიძლია დავადგინოთ მეორე პარამეტრის $-K$ ან m_0 -ის სიდიდე. რაც შეეხება ნომოგრამის სიზუსტეს, მასზე წარმოდგენას ვვაძლევს ცხრილი 2.1, რომელშიც მოცემულია m_i სიზუსტეების ფორმულებით გამოთვლილი სიდიდეები — მნიშვნელში და შესაბამისად გრაფიკულად გამოთვლილი — მრიცხველში. იქვე, წილადის მარჯვნივ მოცემულია შეცდომის სიდიდეები პროცენტებში, რომელიც 1–2%-ს იშვიათად აღემატება. ასევე მცირე განსხვავებაა (2.1) ფორმულითა და გრაფიკულად განსაზღვრულ m_0 ჯამური შეცდომების სიდიდეებს შორის.

ცხრილი 2.1

m_0 , ბმ	k	$n = 2$			$n = 3$				$n = 4$				
		m_1	m_2	m_0	m_1	m_2	m_3	m_0	m_1	m_2	m_3	m_4	m_0
10	1,5	$\frac{5,6}{5,5}$ 1,8	$\frac{8,1}{8,3}$ 2,4	$\frac{9,8}{10,0}$ 2,0	$\frac{3,4}{3,5}$ 2,9	$\frac{5,1}{5,2}$ 1,9	$\frac{7,9}{7,8}$ 1,3	$\frac{10,0}{16,0}$ 0	$\frac{2,2}{2,25}$ 2,2	$\frac{3,3}{3,4}$ 2,9	$\frac{5,0}{5,1}$ 2,0	$\frac{7,5}{7,6}$ 1,3	$\frac{9,8}{10,0}$ 2,0
30	2,0	$\frac{13,0}{13,4}$ 3,0	$\frac{27,0}{26,8}$ 0,7	$\frac{30,0}{30,0}$ 0	$\frac{6,3}{6,5}$ 3,1	$\frac{13,0}{13,0}$ 0	$\frac{26,0}{26,0}$ 0	$\frac{29,7}{29,8}$ 0,3	$\frac{3,2}{3,25}$ 1,5	$\frac{6,5}{6,5}$ 0	$\frac{13,0}{13,0}$ 0	$\frac{26,0}{26,0}$ 0	$\frac{30}{30,2}$ 0,7
50	2,5	$\frac{18,0}{18,6}$ 3,2	$\frac{46,0}{46,4}$ 0,9	$\frac{49,4}{50,0}$ 1,2	$\frac{7,5}{7,3}$ 2,7	$\frac{18,0}{18,4}$ 2,2	$\frac{46,0}{45,9}$ 0,2	$\frac{50,0}{50,0}$ 0	$\frac{3,2}{3,0}$ 6,7	$\frac{7,0}{7,3}$ 4,1	$\frac{17,5}{18,3}$ 4,4	$\frac{46,0}{45,8}$ 0,4	$\frac{49,8}{49,9}$ 0,2

2.2 დირექციული კუთხის შეცდომა გაჭიმულ პოლიგონომეტრიულ სვლაში

პოლიგონომეტრიას გეგმური გეოდეზიური საფუძვლის აგებისას ფართო გამოყენება აქვს სამრეწველო და ქალაქის ტერიტორიაზე კუთხეებისა და გვერდების გაზომვებისას წარმოიქმნება თავისებურებები, რომელთაც დიდი მნიშვნელობა აქვს პუნქტების კოორდინატების მოთხოვნილი სიზუსტით განსაზღვრის უზრუნველსაყოფად. პოლიგონომეტრიული ქსელების დაპროექტებისას უნდა გათვალისწინებულ იქნეს, რომ ტოლგვერდებიან გაჭიმულ პოლიგონომეტრიულ სვლაში გვერდის დირექციული კუთხის განსაზღვრის ცდომილება შეიძლება ჩაითვალოს ყველა გვერდისათვის ერთნაირი, თუ ქსელი გაწონასწორდება გამოსავალი დირექციული კუთხეებისა და კოორდინატების პირობებით და იგი გამოისახება ფორმულით [15]

$$m_{\alpha} = m_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{n^3 - 4n}{16(n^2 - 1)}} \quad (2.6)$$

სადაც m_{α} არის პოლიგონომეტრიული სვლის გვერდების დირექციული კუთხის განსაზღვრის სკმ; m_{β} – პოლიგონომეტრიულ სვლაში კუთხეების გაზომვის სკმ; n – სვლაში გვერდების რაოდენობა.

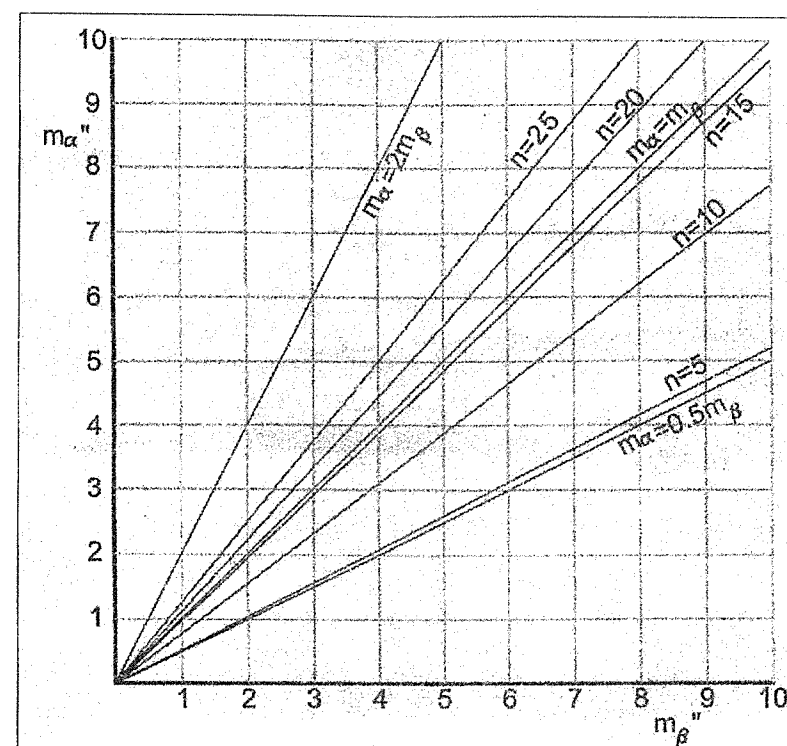
(2.6) ფორმულა შეიცავს სამ ცვლადს და იგი შეიძლება წარმოგადგინოთ ბადური ტიპის ნომოგრამით დეკარტის აბაკას სახით. ნომოგრამის ასაგები პარამეტრებია: $m = n = 10$; $a = b = 0$.

2.10 ნახაზზე მოცემულია (2.6) გამოსახულების ნომოგრამა, რომლითაც მოცემული m_{β} და n სიდიდეებით შეგვიძლია განვსაზღვროთ m_{α} . ცვლადები მოცემულია შემდეგი ზღვრებში: $m_{\beta} = 0 \div 10''$; $m_{\alpha} = 0 \div 10''$; $n = 5 \div 25$. ნომოგრამაზე ნაჩვენებია დირექციული კუთხისა და კუთხის გაზომვის სკმ გრაფიკები შემდეგი პირობებისათვის: $m_{\alpha} = 0,5m_{\beta}$ ($n \approx 5$); $m_{\alpha} = m_{\beta}$ ($n \approx 15$); $m_{\alpha} = 2m_{\beta}$ ($n \approx 65$).

ნომოგრამით შეგვიძლია განვსაზღვროთ აგრეთვე რა სიზუსტით უნდა გაიზომოს m_{β} კუთხეები მოცემული m_{α} და n სიდიდეების დროს ან ის, თუ რამდენგვერდიანი ქსელი დაგვჭირდება მოცემული m_{β} და m_{α} სიდიდეებისას.

ქვემოთ 2.10 ნახაზზე წარმოდგენილია განხილული ნომოგრამა.

ნომოგრამაზე ჩატარებული გამოთვლების ანალიზმა აჩვენა, რომ გამოთვლების ცდომილება (2.6) ფორმულით გამოთვლილთან შედარებით არ აღემატება 1 – 2%-ს.



ნახ. 2.10 ნომოგრამა (2.6) გამოსახულებისათვის.

2.3. ტრილატერაციის ქსელში კუთხის განსაზღვრის სიზუსტე

სპეციალური საინჟინრო-გეოდეზიური დაკვალვებისთვის გეოდეზიური საფუძვლის ქსელების აგებისას დიდ მნიშვნელობას იძენს განაზომთა გაწონასწორებაში ჩართული გვერდების სიგრძეებისა და კუთხეების განსაზღვრის სიზუსტეთა თანაბარზომიერების საკითხი. მათი სიზუსტეების უთანადოობა ართულებს დაკვალვითი სამუშაოების ორგანიზაციასა და წარმოებას.

მაგალითისათვის, თუ გვაქვს ტოლგვერდა სამკუთხედებისაგან შემდგარი ქსელი, რომელიც ბოლოებით გაზომილ ბაზისებს ეყრდნობა, ასეთ ქსელში სამკუთხედების გეომეტრიული კავშირის შეცდომები არ გვაძლევს სამკუთხედების გვერდების ერთნაირი სიზუსტით განსაზღვრის საშუალებას, მაშინ როცა კუთხეები ქსელის ყველა სამკუთხედში შეგვიძლია ერთი და იგივე სიზუსტით გავზომოთ. ამიტომ გვერდების და კუთხეების სიზუსტეთა თანაფარდობა ქსელის სხვადასხვა უბანზე სხვადასხვაა.

შუქმანძილზომების წარმოებაში ფართოდ დანერგვამ ტრიანგულაციის ქსელები შეცვალა ტრილატერაციით ან ზაზოვან-კუთხური აგებებით, თუმცა ამით ზემოთ დასმული პირობემა არ გადაჭრილა და გვერდებისა და კუთხეების სიზუსტეების თანაფარდობის საკითხი ისევ აქტუალურია.

სამკუთხედში, სადაც სამივე გვერდია გაზომილი, კუთხის განსაზღვრის ცდომილებას ანგარიშობენ ფორმულით [12,13]

$$m_A = \rho \frac{m_s}{S} \sqrt{2\sqrt{ctg^2 B + ctg^2 C + ctg B \cdot ctg C}}, \quad (2.7)$$

სადაც m_A არის ტრილატერაციის სამკუთხედში A კუთხის განსაზღვრის შეცდომა, როდესაც სამივე გვერდი გაზომილია ერთი და იგივე ფარდობითი შეცდომით; m_s/S — გვერდის გაზომვის ფარდობითი შეცდომა; A, B, C — სამკუთხედის კუთხეები; ρ — რადიანი. (2.7)-ის მსგავსი ფორმულებით განისაზღვრებიან m_B და m_C . ტოლგვერდა სამკუთხედისათვის (2.7) ფორმულა შემდეგ სახეს იღებს ($A = B = C = 60^\circ$) — $m_B = \rho \sqrt{2} \cdot m_s/S$. ამ შემთხვევაში კუთხის გაზომვის შეცდომა მხოლოდ გვერდის გაზომვის ფარდობით შეცდომაზეა დამოკიდებული. $m_B \approx 3''$, როდესაც $m_s/S = 1:100000$, $m_B \approx 1,5''$, როდესაც $m_s/S = 1:200000$ და $m_B \approx 1''$, როდესაც $m_s/S = 1:300000$.

როდესაც სამკუთხედის გვერდები სხვადასხვა სიგრძისაა და გაზომილია ერთი და იგივე ფარდობითი შეცდომით, მაშინ კუთხეებისა და გვერდების სიზუსტეთა თანაფარდობის შესანარჩუნებლად, სამკუთხედში კუთხეები უნდა გაიზომოს სხვადასხვა სიზუსტით.

განვიხილოთ სამკუთხედი, რომლის კუთხეებია $A = 90^\circ$, $B = 60^\circ$ და $C = 30^\circ$. (2.7) ფორმულით მივიღებთ: $m_A = 2,9\rho m_s/S$; $m_B = 2,4\rho m_s/S$; $m_C = 0,8\rho m_s/S$.

თუ მივიღებთ, რომ გვერდები გაზომილია ერთი და იგივე ფარდობითი შეცდომით — $1:100000$, გვექნება: $m_A \approx 6''$; $m_B \approx 5''$; $m_C \approx 1,6''$. კუთხეების გაზომვის ასეთი არატოლზუსტობა, მიუხედავად გვერდებისა და კუთხეების სიზუსტეთა თანაბარზომიერების დაცვის მოთხოვნილი პრინციპისა, პრაქტიკულად გაუმართლებელია.

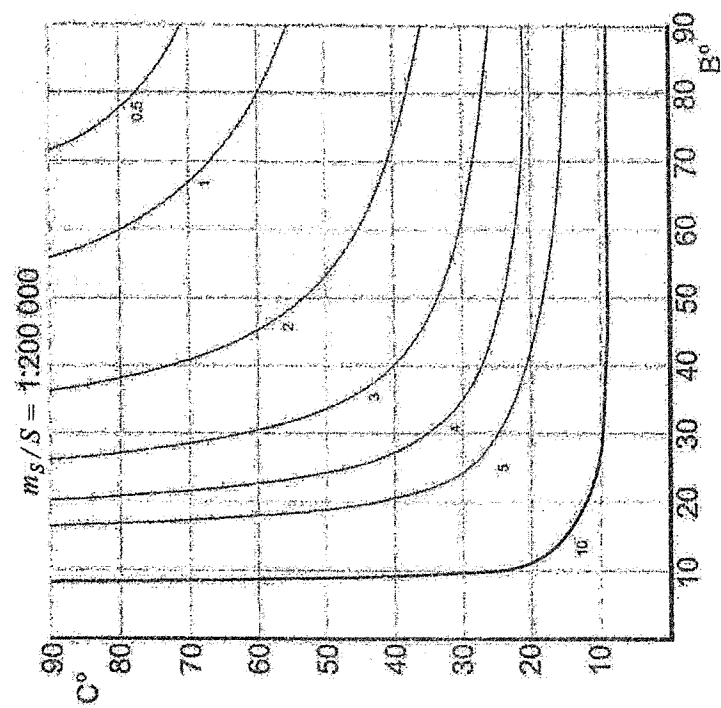
თუ მივიღებთ, რომ სამკუთხედში კუთხეები გაზომილია ტოლზუსტად, მაგალითად, $m_B = 2''$ -ით, მაშინ იგივე პრინციპის დაცვით ზაზოვანი გაზომვების ფარდობითი შეცდომები სხვადასხვა იქნება: $m_a/a = 1:300000$; $m_b/b = 1:250000$; $m_c/c = 1:80000$. გვერდების

გაზომვების ფარდობითი სიზუსტეების ასეთი სხვადასხვაობა აქაც ვერ იქნება რეკომენდებული. ამის დარეგულირება შესაძლებელი იქნებოდა განაზომებში წონების გათვალისწინებით, მაგრამ ტრილატერაციის სამკუთხედში სამივე გვერდის გაზომვა არ იძლევა თავისუფალ წევრს ანუ არ არის წარმომადგენლობითი წონის საიმედო სიდიდის განსაზღვრისათვის. ამ პირობებში, ზაზოვანი და კუთხური გაზომვების ერთდროულ გაწონასწორებას, წონების მზღველობაში მიღებითაც კი, შეუძლია გამოიწვიოს გაწონასწორებაში დამახინჯება, რასაც უნდა ვერიდოთ სპეციალურ გეგმურ გეოდეზიურ საფუძვლის ქსელებში. ყოველივე ზემოთქმულიდან შეიძლება ასეთი დასკვნა გამოვიტანოთ:

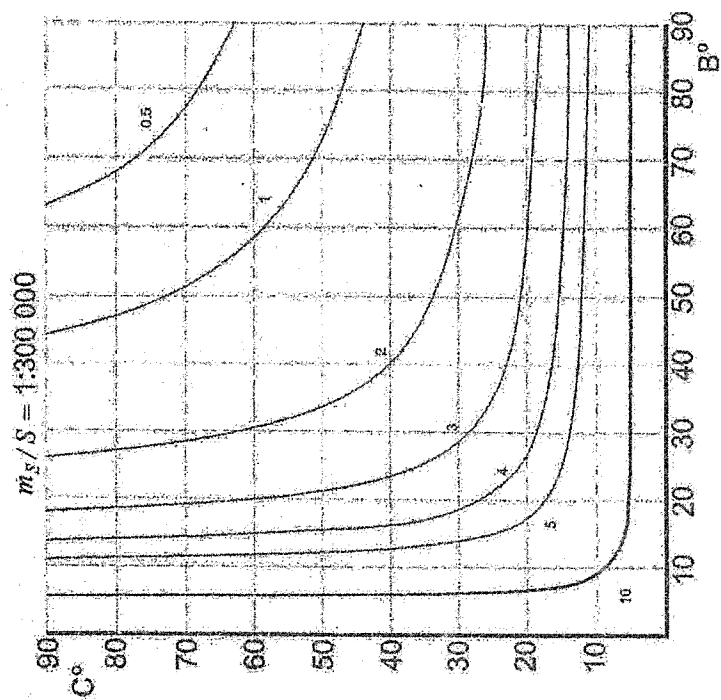
— ზაზოვან-კუთხური აგებების არატოლგვერდა სამკუთხედში არ არის მიზანშეწონილი გაიზომოს სამკუთხედის სამივე გვერდი. ეკონომიურად საფუძვლიანია გაიზომოს ერთი — ყველაზე ბლაგვი კუთხის პირდაპირ მდებარე გვერდი, ამასთან მისი სიზუსტე უნდა შევუსაბამოდ კუთხეების გაზომვის სიზუსტეს;

— ტოლგვერდა სამკუთხედის არსებობისას, პუნქტების კოორდინატების განსაზღვრის სიზუსტის ასამაღლებლად და გვერდითი რეფრაქციის გავლენის შესასუსტებლად მიზანშეწონილია გაიზომოს სამივე კუთხე და სამივე გვერდი სამკუთხედში, ამასთან კუთხური და ზაზოვანი გაზომვების სიზუსტეები უნდა თანაბარზომიერნი იყოს.

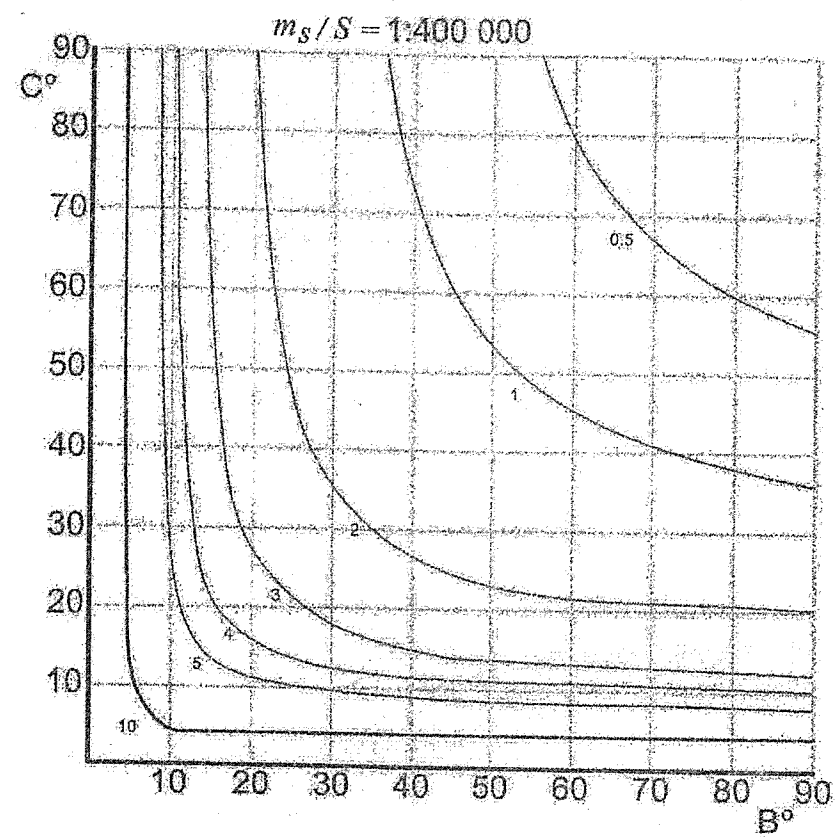
ვინაიდან კუთხის განსაზღვრის სიზუსტე, როგორც ტრილატერაციის, ასევე ზაზოვან-კუთხური ქსელების დროს დამოკიდებულია ზაზოვანი გაზომვების ფარდობითი ცდომილების გარდა კუთხეების სიდიდეებზე, ამიტომ (2.7) ფორმულით საანგარიშოდ იგი წარმოდგენილია გრაფიკული ამონახსნის სახით ბადური სახის ნომოგრამით, რომელიც მნიშვნელოვნად ამარტივებს გამოთვლებს. რადგან (2.7) ფორმულა შეიცავს ოთხ ცვლადს (m_A , $\frac{m_s}{S}$, $ctg B$, $ctg C$), ამიტომ იგი წარმოდგენილია m_s/S გვერდის გაზომვის ფარდობითი ცდომილების მიხედვით სერიული ნომოგრამების სახით და მოცემულია ქვემოთ 2.11, 2.12 და 2.13 ნახაზებზე.



ნახ. 2.11 ნომოგრამა (2.7) დამოკიდებულებისათვის



ნახ. 2.12 ნომოგრამა (2.7) დამოკიდებულებისათვის



ნახ. 2.13 ნომოგრამა (2.7) დამოკიდებულებისათვის.

2.11, 2.12 და 2.13 ნახაზების გამოყენება ახსნა-განმარტებას არ საჭიროებს. რაც შეეხება გრაფიკული ამოხსნების სიზუსტეს, მათზე წარმოდგენას გვაძლევს ქვემოთ მოცემული ცხრ.2.2.

ცხრილი 2.2

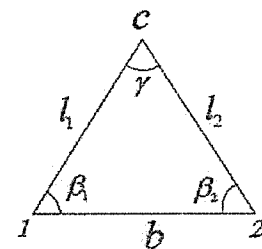
კუთხეები		1:200000			1:300000			1:400000		
B	C	m _A ნომოგრ.	m _A ფორმ.	შეცდომა %	m _A ნომოგრ.	m _A ფორმ.	შეცდომა %	m _A ნომოგრ.	m _A ფორმ.	შეცდომა %
20	40	5,0	5,1	2	3,4	3,4	0	2,5	2,6	4
30	50	3,3	3,3	0	2,2	2,2	0	1,7	1,6	6
40	60	2,3	2,3	0	1,5	1,5	0	1,2	1,1	8
50	70	1,6	1,6	0	1,1	1,1	10	0,8	0,8	0
60	80	1,0	1,0	0	0,7	0,7	0	0,5	0,5	0

როგორც ცხრილიდან ჩანს, გვერდების გაზომვის ფარდობითი ცდომილების შემცირებისას იზრდება გამოთვლის გრაფიკული შეცდომა, რაც დაკავშირებულია მასთან, რომ გამოთვლილი კუთხეების ცდომილებათა აბსოლუტური სიდიდეები საზოგადოებრივი გაზომვის ფარდობითი ცდომილებების მნიშვნელობის გაზრდასთან ერთად მნიშვნელოვნად მცირდება, რაც ზრდის შეცდომის პროცენტულ სიდიდეს. მაგალითად 1:200000 ფარდობითი ცდომილებისას გამოთვლილი $m_A = 5''$ -ის შეცდომა 0,1"-ით თუ 2% შეადგენს, 1:400000 ფარდობითი ცდომილებისას $m_A = 1,2''$ გამოთვლა 0,1" სიზუსტით იძლევა 8% ცდომილებას. ზოგადად, ტექნიკური გამოთვლების სიზუსტეები კმაყოფილდება გრაფიკული გამოთვლებით. ამასთან გრაფიკულად წარმოდგენა ამოცანის ანალიზის მეტ შესაძლებლობას იძლევა.

2.4 პირდაპირი კუთხური გადაკვეთის ფარდობითი შეცდომა

პირდაპირი კუთხური გადაკვეთა ერთ-ერთი ფართოდ გამოყენებული საინჟინრო-გეოდეზიური მეთოდია გეგმური საფუძვლის შექმნის (ქსელში პუნქტების ჩასმა, სამშენებლო ბადის აგება), დაკვალვებისა (ხიდეები, პიდროტექნიკური ნაგებობები) და ექსპლუატაციაში მყოფი ნაგებობის დეფორმაციებზე დაკვირვებისას. სქემატურად იგი წარმოდგენილია 2.14 ნახაზზე.

ცნობილია, რომ პირდაპირი კუთხური გადაკვეთის სკმ ტოლია



ნახ. 2.14

$$m^2 = \frac{m_\beta^2(l_1^2 + l_2^2)}{\rho^2 \sin^2 \gamma} \quad (2.8)$$

ან კუთხურ განზომილებაში გამოსახული (გვერდები გამოსახულია ბაზისითა და კუთხეებით)

$$m^2 = \frac{m_\beta^2 b^2 (\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2)}{\rho^2 \sin^4 \gamma} \quad (2.9)$$

სადაც m_β არის β_1 და β_2 კუთხეების b ბაზისიდან გადაზომვის სკმ; γ - გადაკვეთის კუთხეა, ხოლო b -გადაკვეთის ბაზისი [14].

(2.8) და (2.9) ფორმულების ანალიზი აჩვენებს, რომ გადაკვეთის ყველაზე ოპტიმალურ ფიგურას წარმოადგენს ტოლფერდა სამკუთხედი, სადაც $\beta_1 = \beta_2$, $\gamma = 180^\circ - 2\beta$ და $l_1 = l_2$. ამ შემთხვევაში (2.8) ფორმულა მიიღებს სახეს

$$m_{(l)} = \frac{m_\beta}{\rho} \cdot \frac{l\sqrt{2}}{\sin 2\beta} \quad (2.10)$$

ხოლო (2.9) ფორმულა სახეს

$$m_{(\beta)} = \frac{m_\beta b \sqrt{2}}{\rho} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin^2 2\beta} \quad (2.11)$$

ამ ფორმულებში $m_{(l)}$ გამოსახავს პირდაპირი გადაკვეთის ცდომილებას გვერდების გამოყენებისას, ხოლო $m_{(\beta)}$ -კუთხეების გამოყენებისას.

გამოვსახოთ (2.10) და (2.11) ფორმულები ფარდობითი ცდომილებებით, სადაც $b = l\sqrt{2}$ ($\beta = 45^\circ$)

$$\frac{m_{(l)}}{l} = \frac{m_\beta \sqrt{2}}{\rho \sin 2\beta} \quad (2.12)$$

და

$$\frac{m_{(\beta)}}{l} = \frac{2m_\beta \sin \beta}{\rho \sin^2 2\beta} \quad (2.13)$$

(2.12) ტოლობაში ფარდობითი ცდომილების მინიმალური მნიშვნელობა გვაქვს, როდესაც $\frac{1}{\sin 2\beta} = 1$ ანუ როდესაც $\beta = 45^\circ$ და $\gamma = 90^\circ$. ამ დროს ფარდობითი შეცდომის მინიმალური სიდიდე ტოლია

$$\frac{m_l}{l} = \frac{m_\beta}{\rho} \cdot \sqrt{2} \approx 1,4 \frac{m_\beta}{\rho} \quad (2.14)$$

(2.13) ფორმულის ანალიზით ფარდობითი ცდომილების მინიმალურ მნიშვნელობას ვღებულობთ მაშინ, როდესაც $\frac{\sin \beta}{\sin^2 2\beta}$ -ს აქვს მინიმუმი ანუ, როდესაც $\beta = 35,25^\circ$, ხოლო $\gamma = 109,5^\circ$. ამ დროს შეცდომის აბსოლუტური სიდიდე (2.11) ფორმულით ტოლია

$$m_{(\beta)} = \frac{m_\beta b}{\rho} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad (2.15)$$

ხოლო მანძილი გადაკვეთის წერტილამდე ტოლი იქნება

$$l = \frac{b}{2 \cos 35,25^\circ} = \frac{b\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \quad (2.16)$$

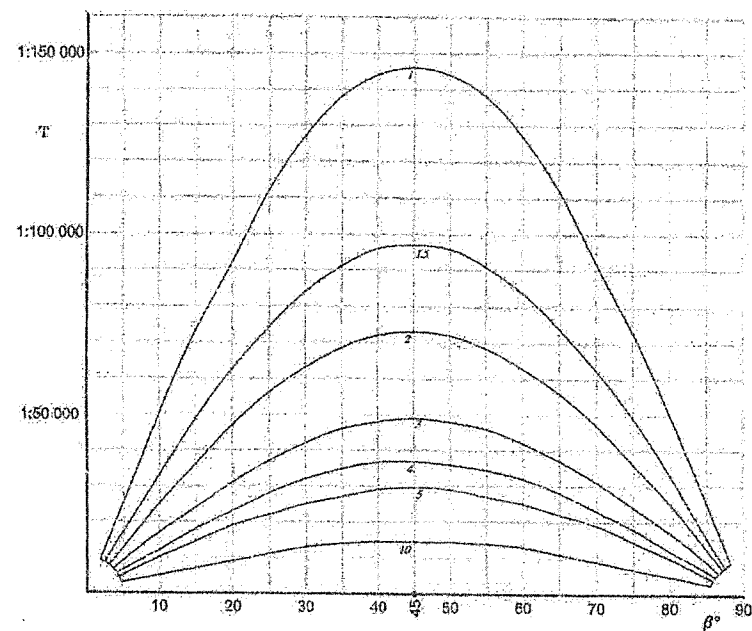
ფარდობითი ცდომილების სიდიდე, თუ ვისარგებლებთ (2.15) და (2.16) ფორმულებით ტოლი იქნება

$$\frac{m_\beta}{l} = \frac{3}{2} \frac{m_\beta}{\rho} = 1,5 \frac{m_\beta}{\rho} \quad (2.17)$$

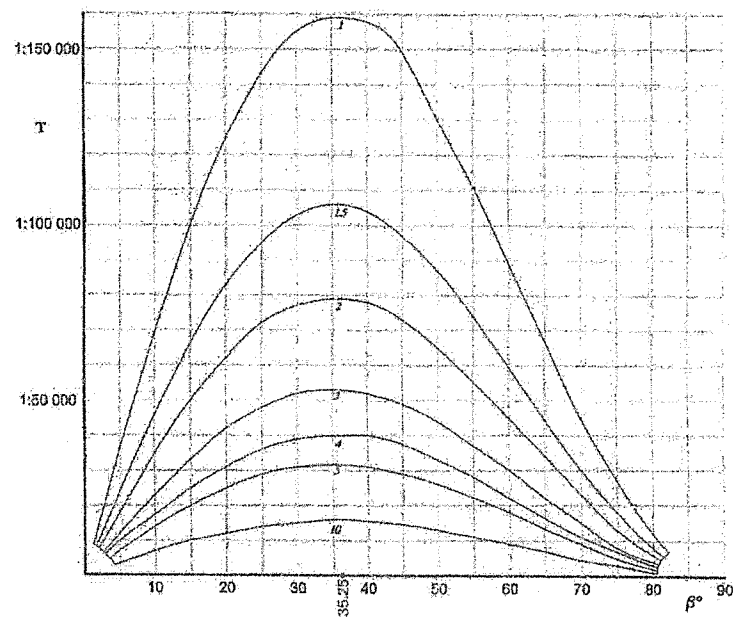
ეს სიდიდე კი 1,07-ჯერ მეტია, ვიდრე ფარდობითი ცდომილება, როდესაც $\gamma = 90^\circ$.

აქედან გამომდინარეობს დასკვნა, რომ პირდაპირი კუთხური გადაკვეთის ფარდობითი ცდომილება მინიმალურია, როდესაც გადაკვეთის კუთხე $\gamma = 109,5^\circ$ და მისი სიდიდე დამოკიდებულია m_β კუთხური გაზომვების სკმ-ზე.

(2.12) და (2.13) ფარდობითი ცდომილებების დამოკიდებულებები ქვემოთ წარმოდგენილია ბადური სახის ნომოგრამებით (ნახ.2.15 და 2.16), რომელთა გარდასახვის პარამეტრებია $m = 0,5$, $n = 0,001$, $a = b = 0$.



ნახ.2.15. ნომოგრამა (2.12) დამოკიდებულებისათვის



ნახ.2.16. ნომოგრამა (2.13) დამოკიდებულებისათვის

როგორც ნახაზებიდან ჩანს, პირდაპირი კუთხური გადაკვეთის ფარდობით ცდომილებას ხაზოვანი განაზომების მიხედვით მინიმუმი აქვს $\gamma = 90^\circ$ დროს, (ნახ.2.15), ხოლო კუთხური განაზომების მიხედვით, როცა $\gamma \approx 110^\circ$ (ნახ.2.16)

ორივე ნომოგრამით სარგებლობისას ფარდობითი ცდომილების განსაზღვრის სიზუსტეზე β და m_β ცვალებადობის მიხედვით, წარმოდგენას მოგვცემს ქვემოთ 2.3 ცხრილში მოცემული სიდიდეები, სადაც ნომოგრამით განსაზღვრული ფარდობითი ცდომილების გვერდით წარმოდგენილია ფორმულებით განსაზღვრული მათი სიდიდეები.

ცხრილი 2.3

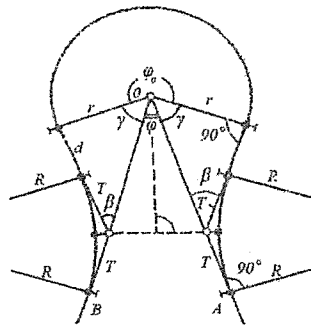
m_β	β°	$\frac{m(\gamma)}{l}$ ნომოგ.	$\frac{m(\gamma)}{l}$ ფორმ.	$\frac{m(\beta)}{l}$ ნომოგ.	$\frac{m(\beta)}{l}$ ფორმ.
1	30	1:126000	1:125000	1:155000	1:154700
5	50	1:29000	1:29000	1:26000	1:26100
10	70	1:9000	1:9300	1:4500	1:4530

თავი 3. გეოდეზიური ამოცანები, წარმოდგენილი გასწორებული წერტილების ნომოგრამებით

ამ თავში წარმოდგენილი საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანები მოცემულია გასწორებული წერტილების მარტივი და შედგენილი ნომოგრამების თანამიმდევრობით, კერძოდ მოხვედრის კუთხის ანგარიში სერპანტინის დაკვალვისას მოცემულია კოშის ტიპის მარტივი ნომოგრამით — ორი პარალელური სკალითა და ბინარული ველით; ტრასის მოხვედრის მრუდის ელემენტების ანგარიში წარმოდგენილია მარტივი ტიპის ნომოგრამით — სამ-სამი პარალელური სკალით; ტაქტომეტრიული აგეგმვისას მანძილებისა და აღმატების საანგარიშო ფორმულების ნომოგრამაც ასევე სამ-სამი პარალელური სკალის მარტივი ტიპითაა წარმოდგენილი და ბოლოს გეგმური საყრდენი ქსელის საფუძვრების რაოდენობისა და სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტის საანგარიშოდ წარმოდგენილი ნომოგრამა განეკუთვნება გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამის ტიპს.

3.1. მრუდის მოხვედრის კუთხის ანგარიში სერპანტინის ელემენტების დადგენისას

სერპანტინი მთიანი რელიეფის პირობებში საგზაო ტრასის შემადგენელი ნაწილია. იგი შედგება ძირითადი და დამხმარე მრუდებისგან, რომელთა ელემენტებია: r რადიუსიანი ძირითადი წრიული მრუდი; R რადიუსიანი ორი დამხმარე მრუდი (სიმეტრიული სერპანტინის დროს); d სწორი მონაკვეთი ძირითად და დამხმარე მრუდებს შორის; β დამხმარე მრუდების მოხვედრის კუთხე (ნახ.3.1).



ნახ. 3.1

სიმეტრიული სერპანტინის ანგარიშისას მოცემულია R, r, d და φ მოხვედრის კუთხე. β დამხმარე მრუდის მოხვედრის კუთხე იანგარიშება ფორმულით [16,17]

$$tg\beta = \frac{r}{d+T} = \frac{r}{d+Rtg\beta/2}. \quad (3.1)$$

$tg\beta$ გამოვსახოთ ნახევარკუთხის ტანგენსით $tg\beta = \frac{2tg\beta/2}{1-tg^2\beta/2}$ და შევიტანოთ (3.1) ტოლობაში.

$$(2R+r)tg^2\beta/2 + 2dtg\beta/2 - r = 0, \quad (3.2)$$

რომლის ამოხსნა გვაძლევს სერპანტინის დაკვალვისათვის საჭირო β კუთხის სიდიდეს.

(3.2) ფორმულიდან β კუთხის გამოსათვლელად იგი წარმოვადგინოთ გასწორებული წერტილების ნომოგრამით, რისთვისაც ფორმულა უნდა დავიყვანოთ კოშის ტიპის (1.15) ნომოგრაფიებად სახეზე

$$f_1f_{34} + f_2g_{34} + h_{34} = 0.$$

ამ მიზნით (3.2) ფორმულა წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$R \cdot tg^2\beta/2 + d \cdot tg\beta/2 + \frac{r}{2}(tg^2\beta/2 - 1) = 0. \quad (3.3)$$

(3.3) ფორმულაში: f_1 ფუნქციას შეესაბამება R ; f_2 ფუნქციას — d ; f_{34} ფუნქციას — $tg^2\beta/2$, g_{34} ფუნქციას — $tg\beta/2$, ხოლო h_{34} ფუნქციას — $r/2(tg^2\beta/2 - 1)$.

ზემოთქმულისა და პირველ თავში მოცემული ნომოგრამის აგების მეთოდის საფუძველზე (1.19) ფორმულების მიხედვით შეგვიძლია დავწეროთ ნომოგრამის სკალებისა და ბინარული ველის განტოლებები:

სკალა R : $x = 0$; $y = m(R - a)$.

სკალა d : $x = H$; $y = n(d - b)$.

ველი (r, β):

$$x = \frac{Hmtg\beta/2}{ntg^2\beta/2 + mtg\beta/2};$$

$$y = \frac{-mn[atg^2\beta/2 + btg\beta/2 + r/2(tg^2\beta/2 - 1)]}{n \cdot tg^2\beta/2 + m \cdot tg\beta/2}.$$

სკალებისა და ველის კოორდინატთა ფორმულებში მოცემული ნომოგრამის გარდამქმნელი პარამეტრები შეირჩეულია ნომოგრამის კომპაქტურად განლაგების მიზნით და ტოლია: $m = 0,1$; $n = 0,5$; $a = 10$; $b = 5$; $H = 150\text{მმ}$.

(3.3) ფორმულაში მოცემული R, r, d, β ცვლადების ცვლილებათა დიაპაზონი აღებულია შემდეგ ფარგლებში:

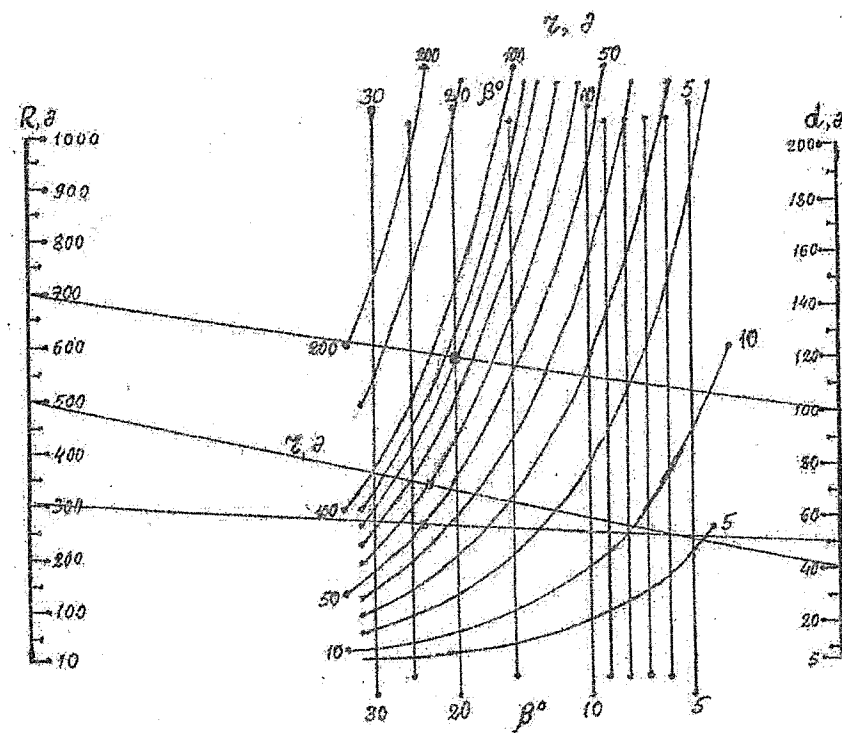
$$10 \leq R \leq 1000\text{მ};$$

$$5 \leq d \leq 200\text{მ};$$

$$5 \leq r \leq 200\text{მ};$$

$$5 \leq \beta \leq 30^\circ.$$

R, d სკალებისა და (r, β) ბინარული ველის ზემოთ მოცემული განტოლებების მიხედვით გაანგარიშებული კოორდინატებით აგებულია გასწორებული წერტილების ნომოგრამა (ნახ.3.2).



ნახ. 3.2 ნომოგრამა (3.2) დამოკიდებულებისათვის.

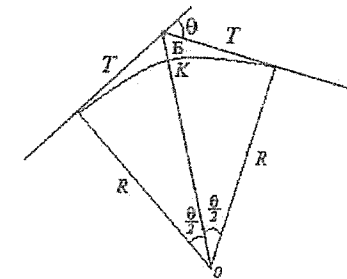
β კუთხის გრაფიკულად განსაზღვრის ამოცანა იხსნება სახაზავის ერთი დადებით. ნახაზზე ნაჩვენებია სამი მაგალითი:

- 1) მოცემულია $R = 700$ მ, $r = 80$ მ, $d = 100$ მ. R და d სკალების მოცემულ სიდიდეებს გადავხედავთ სახაზავს, რომელიც ბინარულ ველში $r = 80$ მ აღმნიშვნელი მრუდის გადაკვეთაზე გვაძლევს $\beta = 20^\circ$. (3.2) ფორმულის ანალიზური ამონახსნით $\beta = 19,8^\circ$, რომლისგანაც გრაფიკული ამოხსნა მხოლოდ 1%-ით განსხვავდება;
- 2) მოცემულია $R = 500$ მ, $r = 60$ მ, $d = 40$ მ. ნომოგრამის სარგებლობისას ზემოთ აღწერილი ზერსით ვღებულობთ $\beta = 23^\circ$ როგორც გრაფიკულად, ისე ანალიზურად.
- 3) მოცემულია $R = 300$ მ, $r = 50$ მ, $d = 50$ მ. ამ მონაცემებით გრაფიკული ამოხსნით $\beta = 23,5^\circ$, ხოლო ანალიზურით — $\beta = 23,8^\circ$, რაც მხოლოდ 1,3% შეცდომას გვაძლევს.

3.2 ნომოგრამის ღირსება მხოლოდ β კუთხის მარტივად და საკმაოდ ზუსტად განსაზღვრაში არ მდგომარეობს. მისი გამოყენება შეეკიბლია 4 ცვლადიდან ნებისმიერი 3 სიდიდით მეოთხის განსაზღვრავად. თუ, მაგალითად შევიწროებული ადგილმდებარეობის გამო დამხმარე მრუდების მოხვევის β კუთხე და სწორი მონაკვეთის d სიგრძე წინასწარ შეგვიძლია ავიღოთ, მაშინ მთავარი მრუდის r რადიუსით განესაზღვრავთ დამხმარე მრუდის R რადიუსს ან პირიქით.

3.2 წრიული მრუდის ელემენტების ანგარიში

საავტომობილო და სარკინიგზო გზებზე, აგრეთვე ზოგიერთი წრფივი ნაგებობის (მაგისტრალური მილსადენები, სარწყავი არხები და სხვა) ტრასაზე მრუდების ადგილზე დაკვალვისათვის საჭიროა ვიცოდეთ მრუდის მთავარი წერტილები და ტრასის ელემენტები [16], რომლებიც მოცემულია 3.3 ნახაზზე და (3.4) ფორმულებით.



ნახ.3.3 ტრასის მოხვევის ელემენტები

$$\left. \begin{aligned} \text{მრუდის ტანგენსი} - T &= R \tan \frac{\theta}{2}; \\ \text{მრუდის სიგრძე} - K &= R \theta \frac{\pi}{180^\circ}; \\ \text{მრუდის ბიექტრისა} - B &= R \left(\frac{1}{\cos \theta/2} - 1 \right); \\ \text{მრუდის მინაზომი} - D &= 2T - K = R \left(2 \tan \frac{\theta}{2} - \frac{\pi \theta}{180^\circ} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

როგორც (3.4) ფორმულებიდან ჩანს, მრუდის ელემენტები ერთი და იგივე R და θ პარამეტრებზეა დამოკიდებული და აიღება მათთვის შედგენილი საცნობარო ცხრილებიდან. ხშირად ცხრილიდან საჭირო სიდიდეები ინტერპოლაციით მიიღება. (3.4) ფორმულების გრაფიკულად წარმოდგენა გასწორებული წერტილების ნომოგრამების დახმარებით ამარტივებს მრუდის ელემენტების მიღებას, არ საჭიროებს ინტერპოლაციას, ხოლო სიზუსტე ტექნიკური თვალსაზრისით მისაღებია.

იმისათვის, რომ (3.4) ფორმულები მივიყენოთ ნომოგრამის აგების მეთოდის (1.22) ნომოგრაფირებად სახეზე, წარმოვადგინოთ ისინი შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{aligned} \lg R + (-\lg T) &= \lg \frac{1}{\operatorname{tg} \theta/2}; \\ \lg R + (-\lg K) &= \lg \frac{180}{\pi \theta}; \\ \lg R + (-\lg E) &= \lg \frac{\cos \theta/2}{1 - \cos \theta/2}; \\ \lg R + (-\lg D) &= \lg \frac{1}{2 \operatorname{tg} \theta/2 - \pi \theta/180}. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ამ ფორმულებით აგებული ნომოგრამა შედგება T, K, E, D პარალელური სკალებისაგან – ნახ.3.4. რადგან (3.5) განტოლებათა სისტემას ერთი საერთო R პარამეტრი აქვთ, ამიტომ ნომოგრამაზე იგი საერთო სკალაა, ხოლო θ კუთხის სკალები განსხვავებული იქნება მრუდის თითოეული ელემენტისათვის.

R და θ გამოსავალი სიდიდეების ცვალებადობათა დიაპაზონი აღებულია შემდეგ ზღვრებში: $100 \text{ მ} \leq R \leq 1000 \text{ მ}$, $10^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$.

(3.5)-ის თითოეული ფორმულისათვის R -ისა და T, K, E, D სკალების სიგრძეები ერთი და იგივეა, განსხვავდებიან $\theta_T, \theta_K, \theta_E$ და θ_D -ის სკალების სიგრძეები (ნახ.3.4). ეს გამოწვეულია მოხერხებულად განლაგების მოთხოვნით.

ნომოგრამით სარგებლობის წესი შემდეგია – R და θ შესაბამის სიდიდეებზე სახაზავის დადებით წავიკითხავთ პასუხებს საძიებო სიდიდეების – T, K, E და D სკალებზე.

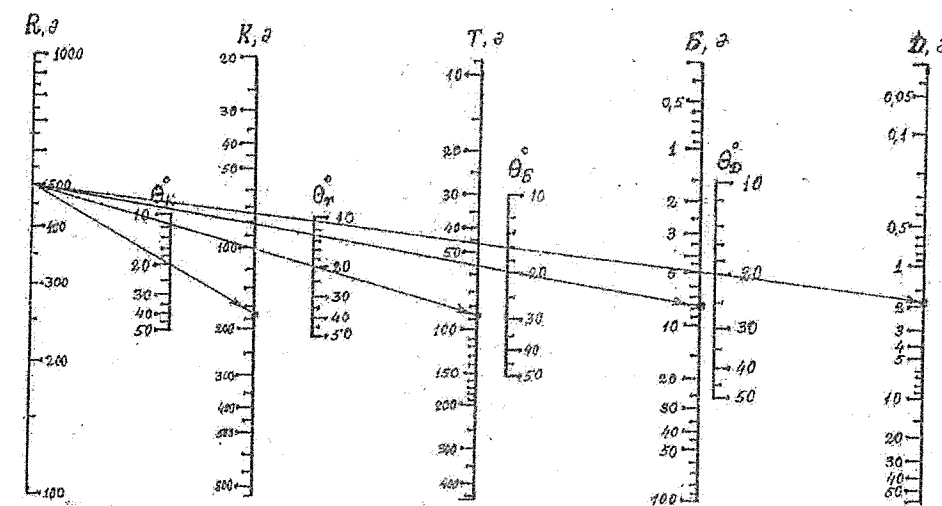
ნომოგრამა წარმოდგენილია 3.4 ნახაზზე. აქვთ ნაჩვენები ნომოგრამით სარგებლობის წესი მაგალითების ამოხსნით. კერძოდ,

$R = 500 \text{ მ}$, $\theta_T = 20^\circ$. $T = 87 \text{ მ}$, ფორმულით გამოთვლილი $T = 88,2$, შეცდომა $\Delta = 1,4 \%$;

$R = 500 \text{ მ}$, $\theta_K = 20^\circ$. $K = 175 \text{ მ}$, ფორმულით გამოთვლილი $K = 174,5$, შეცდომა $\Delta = 0,5 \%$;

$R = 500 \text{ მ}$, $\theta_E = 20^\circ$. $E = 7,7 \text{ მ}$, ფორმულით გამოთვლილი $E = 7,7 \text{ მ}$, შეცდომა $\Delta = 0$;

$R = 500 \text{ მ}$, $\theta_D = 20^\circ$. $D = 1,9 \text{ მ}$, ფორმულით გამოთვლილი $D = 1,9 \text{ მ}$, შეცდომა $\Delta = 0$.



ნახ. 3.4. ნომოგრამა მრუდის ელემენტების (3.4) დამოკიდებულებებისათვის.

3.3. ტაქეომეტრიული აგეგმვისას მანძილებისა და აღმატებების ანგარიში

ტოპოგრაფიული გეგმების შესადგენად გამოყენებული აგეგმვის მეთოდებიდან ერთ-ერთი ტაქეომეტრიული მეთოდია. ამჟამად გამოყენებული ელექტრონული ტაქეომეტრებით ავტომატურად ეღებულობთ მანძილებსა და აღმატებებს. მაგრამ ჯერ კიდევ ზმარებაში არსებული ოპტიკური ტაქეომეტრებით სარგებლობისას მანძილებისა და აღმატებების საანგარიშოდ (მაგალითად, სტუდენტების სავლე პრაქტიკის გავლისას) სარგებლობენ შემდეგი ფორმულებით [12,16]:

$$\left. \begin{aligned} D &= n \cos^2 \gamma; \\ h &= \frac{n}{2} \sin 2\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

ამ ფორმულებით D და h საანგარიშოდ იყენებენ საცნობარო ცხრილებს, რომელშიც n (ლარტყაზე დანაყოფების რაოდენობა) და γ (დახრის კუთხე) პარამეტრებით პოულობენ მანძილებსა (D) და აღმატებებს (h).

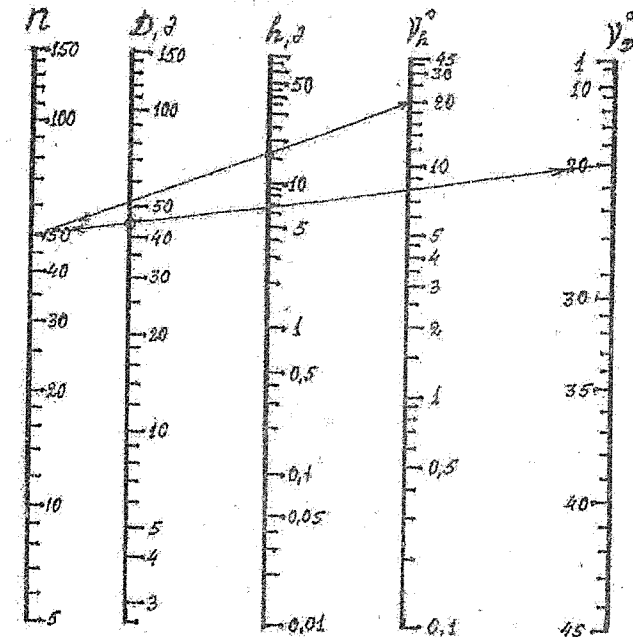
(3.6) ფორმულები ჩვენ მიერ ქვემოთ წარმოდგენილია გასწორებული წერტილების სამი პარალელურსკალიანი ნომოგრამით (ნახ.3.5).

წინა ამოცანის მსგავსად, აქაც (3.6) ფორმულები დაყვანილია (1.22) ნომოგრაფირებად სახეზე:

$$\left. \begin{aligned} \lg n + \lg \cos^2 \gamma &= \lg D; \\ \lg n + \lg \sin 2\gamma / 2 &= \lg h. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

(3.7) განტოლებათა სისტემის ნომოგრამა წარმოდგენილია 3.5 ნახაზზე საერთო n სკალით, γ_D და γ_h დახრის კუთხეების სკალებით და D და h საძიებო სიდიდეების სკალებით. ნომოგრამა აგებულია პირველ თავში მოცემული მეთოდიკის საფუძველზე. ნომოგრამის გარდამქმნელი პარამეტრები აღებულია იმ მოთხოვნების მიხედვით, რომ მისი გამოყენება იყოს მოზერხებული. ნომოგრამით სარგებლობის მაგალითები მოცემულია ნახაზზე.

კერძოდ $n = 50$, $\gamma_D = 20^\circ$, $D = 45$ მ, (3.6) ფორმულით $D = 44,2$, შეცდომა $\Delta = 1,8\%$. $n = 50$, $\gamma_h = 20^\circ$, $h = 16,5$ მ, (3.6) ფორმულით გამოთვლილი $h = 16,1$ მ, შეცდომა $\Delta = 2,5\%$. როგორც მაგალითებიდან ჩანს ფარდობითი შეცდომა 2 – 3%-ის ფარგლებშია.



ნახ.3.5. ნომოგრამა ტაქეომეტრიის (3.6) ფორმულებისათვის.

3.4. სააგენტო ქსელებში საფეხურების რაოდენობისა და სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტის ანგარიში

გეგმური საინჟინრო-გეოდეზიური ქსელების დაპროექტებისას მნიშვნელოვანია იმის გარკვევა, თუ როგორი სახე ექნება ქსელს – სახელმწიფო ქსელის პუნქტებზე იქნება დაყრდნობილი, თუ უნდა შეიქმნას როგორც ლოკალური ქსელი. საორიენტაციოდ ამას ადგენენ საყრდენი და დასაპროექტებელი ქსელების სიზუსტეების შედარებით [12,14].

თუ ქსელის განვითარების პროცესში სიზუსტისაღმის მოთხოვნები იზრდება, მაშინ ყოველი შემდგომი საფეხურის შექმნა დაკავშირებული იქნება ლოკალური ქსელების აგებასთან, ხოლო თუ ქსელების განვითარება უფრო ზუსტიდან ნაკლები სიზუსტისკენ გადასვლის პრინციპით ხდება, მაშინ საფეხურების რაოდენობისა და სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტის სიდიდე დამოკიდებული იქნება საწყისი და საბოლოო ქსელების სიზუსტეებზე და გამოისახება ფორმულით

$$K = \sqrt[n]{\frac{T_b}{T_0}}, \quad (3.8)$$

ზაღაც K არის სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტი; n - ქსელში საფეხურების რაოდენობა; T_k - საწყისი ქსელის ფარდობითი ცდომილების მნიშვნელი, ხოლო T_k - ბოლო დასაპროექტებელი ქსელის ფარდობითი ცდომილების მნიშვნელი.

(3.8) ფორმულა ოთხ ცვლადს შეიცავს და მისი აგება შესაძლებელია გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამით 1.5 პარაგრაფში მოცემული მეთოდის საფუძველზე.

$$\lg K = \frac{1}{n} (\lg T_b - \lg T_d),$$

რომლის დაყვანა (1.27) ნომოგრაფირებად სახეზე მარტივია

$$n \cdot \lg K = \lg T_b - \lg T_d. \quad (3.9)$$

დამხმარე I ცვლადის შემოღებით დავწერთ

$$\lg T_b + (-\lg T_b) = I = n \cdot \lg K.$$

ორი სახის ნომოგრამის $lgT_1 + (-lgT_2) = I$ და $I = n \cdot lgK$ აგებით მივიღებთ I მუნიტი

სკალით გაერთიანებულ შედგენილ ნომოგრამას.

ამ ნომოგრამების განტოლებებია:

$$1) \lg T_0 + (-\lg T_0) = I.$$

მუნჯი I სკალა არ გრადუირდება

საკვანძო T_b : $x = 0$; $Y = m(\lg T_b - a)$.

სადა T_0 : $x = H$; $Y = n'((-lgT_0) - b)$.

ნომოგრამის პარამეტრები ტოლია: სკალების სიგრძე $L = 100$ მმ; სკალებს შორის მანძილი $H = 100$ მმ; $m = 50$; $n' = 50$; $a = 3,7$; $b = -5$.

$$2) I = n \cdot \lg K.$$

სკალა n : $x = H$; $y = n'(n - b)$.

საკლასო K : $x = \frac{mHlgk}{mlgK-n'}$; $Y = \frac{mn'(a-blgk)}{mlgk-n'}$.

ამ შეთხვევაში პარამეტრების სიდიდეები ტოლია: $L = 100$ მმ; $H = 100$ მმ; $m = 25$; $n' = 33,3$; $a = -1,3$; $b = 1$.

(3.8) ფორმულაში შემავალი ცვლადები აღებულია შემდეგი დიაპაზონით:

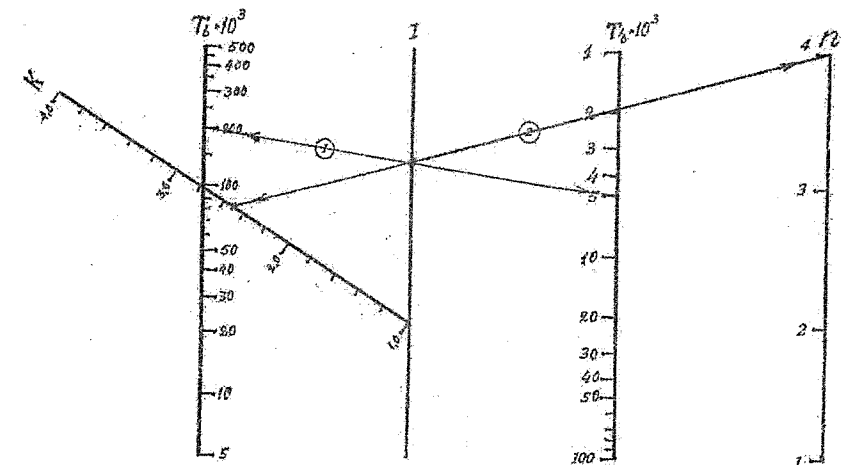
$$5000 \leq T_b \leq 500000;$$

$$1000 \leq T_b \leq 100000;$$

$$1 \leq n \leq 4;$$

$$1 \leq K \leq 4.$$

ამ მონაცემთა საფუძველზე აგებული გასწორებული წერტილების შედგენილი ნომოგრამა წარმოდგენილია 3.6 ნახაზზე. სარგებლობის გასაღები მოცემულია ნახაზზე და ასეთია: წრეში ჩასმული ერთიანი - ① სრულდება პირველი ოპერაცია - მოცემულ T_1 და T_2 -ზე სახაზავის დადებით დადენიშნავთ გადაკვეთის წერტილს I ბუნჯ სკალაზე; წრეში ჩასმული ორიანი - ② აღნიშნავს მეორე ოპერაციას - I ბუნჯ სკალაზე დანიშნული და n სკალაზე მონიშნულ წერტილებზე სახაზავის დადებით K სკალის გადაკვეთაზე მივიღებთ საძიებელ K სიდიდეს.



ნახ. 3.6 შედგენილი ნომოგრამა (3.8) დამოკიდებულებისათვის.

თუ მეორე ოპერაციის შესრულებისას K სიდიდე იქნება ცნობილი, მაშინ I მუნიჯ სკალაზე და K სკალის ცნობილ სიდიდეზე საზაზავის დადებით, პასუხს წაეციითხვთ n სკალაზე. საერთოდ ამ ნომოგრამით ნებისმიერი სამი ცვლადით განისაზღვრება მეოთხე.

3.6 ნახაზზე მოცემულია $T_k = 200000$, $T_b = 5000$, $n = 4$. გრაფიკული ამოხსნით $K = 2,50$, (3.8) ფორმულით იგივე მონაცემებით $K = 2,51$, რაც გვაძლევს $\sim 1\%$ ცდომილებას.

თავი 4. გეოდეზიურ-მარკშიმეტრიკული ამოცანები, წარმოგზილი ტრანსპარანტული ნომოგრამებით

როგორც ცნობილია, ნებისმიერი ნომოგრამა პირველ ყოვლისა საანგარიშო ინსტრუმენტია, რომლის დახმარებით მარტივად, სწრაფად და საკმარისი სიზუსტით განისაზღვრება საძიებელი სიდიდე. მაგრამ, როგორც აღვნიშნეთ გამოთვლების გარდა, ნომოგრამების გამოყენება შესაძლებელია ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ანალიზისათვის და, ზოგადად, სამეცნიერო-კვლევითი მიზნებისათვის. კერძოდ, ამ თავში წარმოდგენილი ამოცანებით გვინდა ვაჩვენოთ ნომოგრამების შესაძლებლობა ფუნქციაში შემავალი პარამეტრების ექსტრემალური თვისებების ანალიზისას, ემპირიული პარამეტრების შერჩევისას და ოპტიმიზაციის ამოცანაში შემავალი პარამეტრების ოპტიმალური სიდიდეების დადგენისას.

ამ თავში განხილული ყველა ამოცანა წარმოდგენილია ტრანსპარანტული ნომოგრამებით. მათგან პირველი ორი ამოცანის ნომოგრამები ძირითადად საანგარიშოა. კერძოდ, ეს ამოცანებია:

- 1) სამშენებლო ბადის ელემენტების სიზუსტეების გამოთვლა;
- 2) აღმატებათა ანგარიში ბარომეტრიული ნიველოზისას;

რაც შეეხება დანარჩენ ამოცანებს, მათთვის აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამების გამოყენება შესაძლებელია როგორც პირდაპირ საანგარიშოდ, ისე სამეცნიერო-კვლევითი მიზნით. ეს ამოცანებია:

- 1) საინჟინრო ნაგებობათა დაწეების ექსპონენციალური ფუნქციით პროგნოზირებისას ემპირიული პარამეტრების დადგენა;
- 2) იგივე ამოცანა დაწეებისა და დაწევის სიჩქარეების გამოყენებით;
- 3) იგივე ამოცანა დაწეების, სიჩქარეებისა და აჩქარებების გამოყენებით;
- 4) დაწეების ჰიპერბოლური ფუნქციით პროგნოზირებისას ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწეებისა და დაწევის სიჩქარეების გამოყენებით.
- 5) საწმენდი სანგრევის პარამეტრების ოპტიმალური მნიშვნელობების დადგენა.

4.1. სამშენებლო ბადის ელემენტების განაზომთა სიზუსტის ანგარიში

ამ ამოცანის განხილვისას იგულისხმება, რომ სამშენებლო ბადე აგებულია უდიაგონალეზო ოთხკუთხედების ზერხით იმ განსხვავებით, რომ ბადის პერიმეტრზე გაყვანილია პოლიგომეტრიული სვლა, რომელშიც კუთხეები იზომება მეტი სიზუსტით, ვიდრე ბადის შუაში. განაზომთა შედეგების დამუშავება ხდება ორ ეტაპად. ჯერ, გამოსავალი პუნქტის კოორდინატებითა და გამოსავალი გვერდის დირექციული კუთხით გააწონასწორებენ პერიმეტრზე კარკასულ პოლიგომეტრიულ სვლას, ხოლო შემდეგ მათზე დაყრდნობით გამოთვლიან შემავსებელი ქსელის პუნქტების კოორდინატებს.

სამშენებლო ბადის ელემენტების განაზომთა სიზუსტეს აფასებენ ფორმულებით, რომლებიც მიღებულია უდიაგონალეზო ოთხკუთხედების ზერხით აგებული ბადისათვის [18]:

$$\left. \begin{aligned} m_s &\leq \frac{S}{T\sqrt{2(1+K^2)}}; \\ m_p &\leq \frac{K\rho}{T\sqrt{2n(1+K^2)}} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

სადაც m_s და m_p კარკასის გვერდებისა და კუთხეების განაზომთა შეცდომებია; S – სამშენებლო ბადის გვერდის სიგრძე, მ; T – გვერდის ფარდობითი ცდომილების მნიშვნელობა; n – გაზომილი კუთხეების რაოდენობა; K – კუთხური და ხაზოვანი განაზომების სიზუსტეთა ფარდობის კოეფიციენტი.

(4.1) განტოლებათა სისტემის ტრანსპარანტული ნომოგრამის ასაგებად იგი უნდა დაეყვანოთ ნომოგრაფიულად სახეზე. ამისათვის საჭიროა დავეწეროთ იგი შემდეგი სახით

$$T\sqrt{2(1+K^2)} \geq \frac{S}{m_s} \geq \frac{\rho K}{m_p \sqrt{n}}.$$

იმისათვის, რომ მიღებული გამოსახულება დაეყვანოთ ნომოგრამის აგების მეთოდში მოცემულ (1.28) სახეზე, დავწეროთ ის ზღვრულად ტოლობის სახით

$$\frac{T\sqrt{2(1+K^2)}}{1} = \frac{S}{m_s} = \frac{\rho K}{m_p \sqrt{n}}.$$

მივწეროთ მიღებულ ტოლობას იგივეური ტოლობა და გავალოგარიტმოთ

$$\frac{K}{1} = \frac{K}{1} = \frac{K}{1},$$

შედგავდ მივიღებთ

$$\left. \begin{aligned} \lg [T\sqrt{2(1+K^2)}] - 0 &= \lg S - \lg m_s = \lg \left(\frac{\rho K}{\sqrt{n}} \right) - \lg m_p, \\ \lg K - 0 &= \lg K - 0 = \lg K - 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

(4.2) სისტემა იდენტურია (1.28) სისტემისა –

$$\begin{aligned} f_{12} - f_7 &= f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9, \\ g_{12} - g_7 &= g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9. \end{aligned}$$

(4.2) და (1.28) სისტემების შედარებით შევკვიდრეთ

$$\left. \begin{aligned} f_{12} &= \lg [T\sqrt{2(1+K^2)}]; \quad f_{34} = \lg S; \quad f_{56} = \lg \left(\frac{\rho K}{\sqrt{n}} \right), \\ g_{12} &= \lg K; \quad g_{34} = \lg K; \quad g_{56} = \lg K. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} f_7 &= 0; \quad f_8 = \lg m_s; \quad f_9 = \lg m_p, \\ g_7 &= 0; \quad g_8 = 0; \quad g_9 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

(4.3) წარმოდგენილი იქნება ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე (T, K) , (S, K) და (n, K) ბინარული ველების სახით, ხოლო ნომოგრამის მოძრავ ნაწილზე – ე.წ. ტრანსპარანტზე განლაგდება $(0, 0)$ წერტილი, m_s და m_p სკალები პერიზონტალურად, რადგანაც მათი ორდინატები ნულის ტოლია. ტრანსპარანტის (\cdot) წერტილი შეესაბამება (T, K) ბინარულ ველს, m_s სკალა შეესაბამება (S, K) ბინარულ ველს, ხოლო m_p სკალა – (n, K) ბინარულ ველს.

ბინარული ველებისა და სკალების განტოლებები შედგება ნომოგრამის აგების მეთოდში მოცემული 1.2 ცხრილის თანახმად.

(4.1) განტოლებათა სისტემაში შემავალი ცვლადების ცვალებადობათა დიაპაზონი მოცემულია ქვემოთ:

$$0,2 \leq m_s \leq 50 \text{ მმ};$$

$$20 \leq S \leq 400 \text{ მ};$$

$$5000 \leq T \leq 20000;$$

$$1 \leq K \leq 3;$$

$$1 \leq m_p \leq 30 \text{ სექ};$$

$$2 \leq n \leq 20.$$

ნომოგრამა აგებულია გარდამქმნელი პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობებით:

$$a_0 = -150 \text{ მმ}, \quad b_0 = 0,$$

$$a'_0 = 0, \quad b'_0 = 0,$$

$$a = 50, \quad b = 30,$$

$$c = 90, \quad d = 0,$$

$$\mu_x = 50, \quad \mu_y = 200,$$

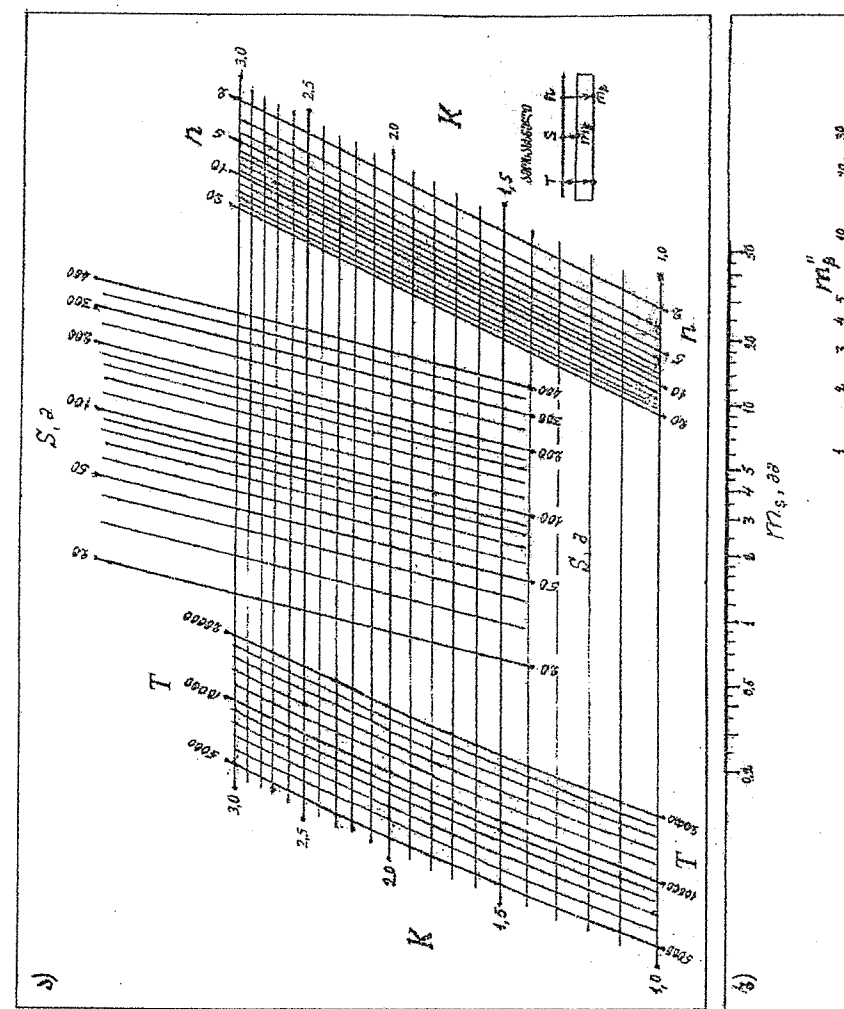
$$\delta_x = 1, \quad \delta_y = 0.$$

ამ მონაცემებით აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამა (4.1) სისტემისათვის მოცემულია 4.1 ნახაზზე. ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე გვაქვს სამი ბინარული ველი - (T, K) , (S, K) და (n, K) , ხოლო მოძრავ ნაწილზე - ფიქსირებული წერტილი, m_s და m_p სკალები. ნომოგრამით სარგებლობის სქემა მოცემულია უშუალოდ ნახაზზე. ტრანსპარანტზე მოცემულ ფიქსირებულ წერტილსა და სკალებს გამოვსახავთ გამჭვირვალე (შეიძლება ჩვეულებრივზეც) ქაღალდზე. შემდეგ მოცემული T და K გადაკვეთის წერტილს (T, K) ბინარულ ველში დავამთხვევთ ტრანსპარანტზე ფიქსირებულ წერტილს, ტრანსპარანტის სკალებს ვაორიენტირებთ K ზაზების პარალელურად, ამ დროს მოცემული S -ის პირდაპირ ტრანსპარანტზე ზემოთ წავიკითხოთ m_s -ის პასუხს, ხოლო ქვემოთ ერთდროულად, მოცემული n -ის გადაკვეთაზე წავიკითხოთ პასუხს m_p სკალაზე.

4.1 ნახაზზე მოცემული ტრანსპარანტული ნომოგრამის გამოთვლების სიზუსტეზე წარმოდგენას მოგვცემს 4.1 ცხრილში მოტანილი მონაცემები.

ცხრილი 4.1

S, მ	T	K	n	m _s , მმ			m _p , სექ		
				ნომოგ. გამოთვ.	ფორმ. გამოთვ.	შეცდომა %	ნომოგ. გამოთვ.	ფორმ. გამოთვ.	შეცდომა %
20	5000	1,5	5	1,5	1,57	4,4	11,0	10,85	1,4
50	7000	1,8	8	2,4	2,45	2,1	6,3	6,44	2,2
100	8000	2,0	10	3,9	3,95	1,3	5,1	5,16	1,2
200	10000	2,3	15	5,2	5,64	2,8	3,4	3,45	1,4
300	15000	2,5	20	5,1	5,25	2,8	2,0	2,02	1,0



ნახ. 4.1 ნომოგრამა (4.1) დამოკიდებულებათა: ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

4.2. ბარომეტრული ნიველობით აღმატების ანგარიში

მთიან ადგილებში წერტილთა აღმატებები ისაზღვრება ბარომეტრული ნიველობით. ამ დროს წერტილებზე იზომება წნევა და ტემპერატურა და ე.წ. ბაბინეს ფორმულით გამოითვლება აღმატება [16].

$$h = K(1 + \varepsilon T) \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \quad (4.5)$$

სადაც B_1 და B_2 არის პირველ და მეორე წერტილზე გაზომილი წნევები; T - ამ წერტილებზე საშუალო ტემპერატურა; კოეფიციენტი K ტოლია

$$K = \frac{2qp_0}{\Delta_0}$$

სადაც $q = 13,596$ ვერცხლისწყლის სიმკვრივეა; $p_0 = 760$ მმ წნევაა ძირითად დონეებზე ზედაპირზე, ხოლო $\Delta_0 = 0,001293$ სიმკვრივეა იგივე ზედაპირზე. ამ მონაცემების ჩასმით, ვლებულობთ $K = 16025$. (4.5) ფორმულაში ε არის გაზების გაფართოების კოეფიციენტი და ტოლია $\varepsilon = 0,003665$.

ვინაიდან ჩვენი ამოცანაა (4.5) აღმატების საანგარიშო ფორმულა წარმოადგინოთ გრაფიკულად, ამიტომ დავეყვანოთ იგი ტრანსპარანტული ნომოგრამების ერთ-ერთ კანონიკურ ფორმაზე, კერძოდ ნომოგრამის აკუბის მეთოდის (1.28)-ის შემოკლებულ ფორმაზე 4 უცნობით

$$\begin{aligned} f_{12} - f_5 &= f_{34} - f_6, \\ g_{12} - g_5 &= g_{34} - g_6. \end{aligned}$$

(4.5) ფორმულა დავწეროთ ასეთი სახით

$$\frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} = \frac{h}{K(1 + \varepsilon T)}$$

გავალოგარიტმოთ ეს ტოლობა და ქვეშ მივუწეროთ იგივეობა $\lg B_1 = \lg B_2$

$$\left. \begin{aligned} \lg \left(\frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \right) - 0 &= \lg h - \lg K(1 + \varepsilon T), \\ \lg B_1 - 0 &= \lg B_1 - 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

(4.6) სისტემიდან ტრანსპარანტული ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე განლაგდება (B_1, B_2) და (h, B_1) ბინარული ველები, ხოლო მოძრავ ნაწილზე ფიქსირებული წერტილი და T სკალა.

B_1, B_2, T და h -ის ცვლილებათა დიაპაზონს ვიღებთ შემდეგ ფარგლებში:

$$500 \leq B_1 \leq 760 \text{ მმ ვერცხ. სვეტი}$$

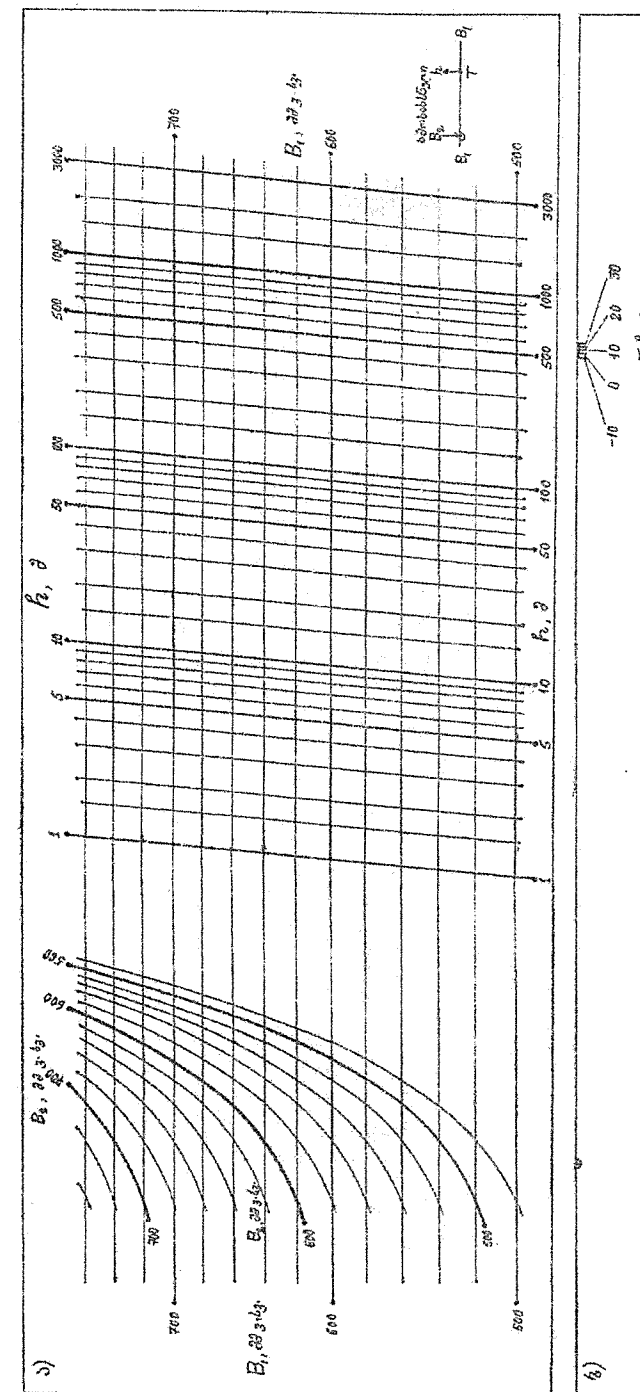
$$480 \leq B_2 \leq 740 \text{ (} B_1 > B_2 \text{)}$$

$$-10^\circ \leq T \leq 30^\circ$$

$$1 \leq h \leq 3000 \text{ მ}$$

ნომოგრამის ასაგები პარამეტრებია: $a_0 = 0$; $b_0 = -1619,4$; $a'_0 = 0$; $b'_0 = 0$; $a = 0$; $b = 0$; $\mu_x = 50$; $\mu_y = 600$; $\delta_x = 1$; $\delta_y = 0$.

ამ პარამეტრებით აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამა (4.5) ფორმულისათვის მოცემულია 4.2 ნახაზზე. ნომოგრამით სარგებლობის გასაღები ნაჩვენებია ნახაზზე და შემდეგში მდგომარეობს: სახაზავ-ტრანსპარანტზე ფიქსირებულ წერტილს ვუთავსებთ (B_1, B_2) ბინარულ ველში ამ სიდიდეთა გადაკვეთის წერტილს, მაშინ სახაზავ-ტრანსპარანტის გასწვრივ T ტემპერატურის მაჩვენებლის გადაკვეთაზე h ხაზთან წავიკითხავთ აღმატების სიდიდეს.



ნახ. 4.2 ნომოგრამა (4.5) დამოკიდებულებისათვის:
ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

ქვემოთ მოცემულია (4.5) ფორმულითა და გრაფიკულად აღმატების განსაზღვრის სიზუსტეები, რომელიც 1 – 8%-ის ფარგლებშია (ცხრილი 4.2).

ცხრილი 4.2

№	B ₁	B ₂	T	h აღმატება, გამოთვლილი		
				ნომოგრამით	ფორმულით	შეცდომა, Δ%
1	600	580	-10	240	262	8,4
2	750	700	0	540	553	2,4
3	700	620	10	1000	1007	0,7
4	750	650	15	1250	1208	3,5
5	720	700	20	240	242	1,0
6	730	680	25	630	620	1,6
7	740	710	30	400	368	8,0

4.3. საინჟინრო ნაგებობათა დეფორმაციების პროგნოზირების ექსპონენციალური მოდელის ემპირიული პარამეტრების დადგენა გრაფიკულად

ნაგებობათა დეფორმაციების პროგნოზირების ამოცანა განიხილება საინჟინრო ობიექტის ფუნქციონირების კანონზომიერებების კვლევისა და დაკვირვებათა სიზშირის დადგენისას. მისი მიზანია აგრეთვე ნაგებობის საიმედოობის ხარისხის დადგენა და ობიექტის გამაგრებითი სამუშაოების რაციონალური დაგეგმვა [4, 5, 14].

დეფორმაციებზე დაკვირვების ციკლებს შორის ინტერვალი (დაკვირვებები მნიშვნელოვან ხარჯებთანაა დაკავშირებული) ხშირად დამოკიდებულია დაწვეებისა და მათი ინტენსიობის პროგნოზირების ხარისხზე. მოსალოდნელი დეფორმაციების მაღალი ხარისხით შესრულებულ პროგნოზს შეუძლია ობტიმალური გახადოს დაკვირვებათა სიხშირე და მათზე გაწეული ხარჯები.

ამგვარად, დაწვეების პროგნოზირება მნიშვნელოვანი საინჟინრო ამოცანაა, რომლის ხარისხი დამოკიდებულია შერჩეული მოდელის სახეზე (ექსპონენციალური, პარაბოლური, ჰიპერბოლური), დაკვირვებების დროითი რიგის წევრთა რაოდენობაზე და ემპირიული პარამეტრების დადგენის სიზუსტეზე.

მათემატიკური მოდელის შერჩევისას ძირითადი კრიტერიუმები საბოლოო შედეგის კარგი შესაძლებლობა ნატურულ დაკვირვებებთან. ამ მიზნით, დაკვირვებების დროითი რიგის მიხედვით, შეირჩევა საპროგნოზო მოდელის ის ანალიზური სახე, რომელიც ყველაზე კარგად აღწერს დაკვირვების შედეგებს.

ამა თუ იმ მოდელის ვარგისიანობა დამოკიდებულია დაწვეებისა და სიჩქარეების განვითარების ხასიათზე, რაც სხვა ფაქტორებთან ერთად, განპირობებულია გრუნტების თვისებებით, კერძოდ მისი ფარდობითი კუმშვის კოეფიციენტით.

როცა შერჩეულია ემპირიული ფორმულის ზოგადი სახე – ექსპონენციალურია თუ ჰიპერბოლური – ჩვენ წინაშე დგება ფორმულაში შემავალი პარამეტრების დადგენის საკითხი.

ამ საკითხის დადებითად გადაწყვეტა უმცირეს კვადრატთა მეთოდით ხდება, რაც ყველაზე ზუსტია, მაგრამ შრომატევადი პროცესია. ნაკლები, მაგრამ საინჟინრო გამოთვლებისათვის საკმარისი სიზუსტით იგივე საკითხის გადაჭრა შესაძლებელია გრაფიკული მეთოდითაც, რაშიც დახმარებას ტრანსპარანტული სახის ნომოგრამა გაგვიწევს.

ამ მიზნით შევარჩიეთ ექსპონენციალური და ჰიპერბოლური სახის მათემატიკური მოდელები და შევეცდებით დავადგინოთ ემპირიული პარამეტრების სიდიდეები, როგორც ნაგებობის დაწვეების სიდიდეების, ისე დაწვეების განვითარების სიჩქარისა და აჩქარებების გამოყენებით, რაც ქვემოთ არის განხილული.

4.3.1. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწვეებით

პრაქტიკაში დაწვეების პროგნოზირების რამდენიმე მათემატიკურ მოდელს იყენებენ, რომელთა საბოლოო შედეგები კარგად ემთხვევა ნატურული დაკვირვების მასალებს, თუმცა ზოგჯერ მნიშვნელოვან გადახრებსაც აქვს ადგილი.

პროგნოზირების დროს დიდი მნიშვნელობა აქვს ისეთი ფაქტორების გათვალისწინებას, როგორიცაა ქვაბულის ფსკერის უკუდეფორმაცია, ჰიდროლოგიური პირობები, ნაგებობის ტიპი, მისი აგების მეთოდი, გრუნტების ფარდობითი კუმშვადობა და ა.შ.

ყველაზე ხშირად დაწვეების t დროში აპროქსიმაციისათვის იყენებენ მრუდის ექსპონენციალურ სახეს [14]

$$S_t = S_k(1 - e^{-\alpha t}), \quad (4.7)$$

სადაც S_t არის დროში მიმდინარე დაწვეები, მმ; S_k – მსგავს პირობებში აგებული მსგავსი ტიპის ნაგებობის საბოლოო დაწვეის სიდიდეა, მმ, რომელიც თეორიულად შეიძლება ვიანგარიშოთ ეკვივალენტური შრის ან შრეობრივი დაჯამების მეთოდებით; α – გრუნტის ფარდობითი კუმშვადობის კოეფიციენტი; t – დროა (თვე ან წელი).

S_k და α არიან ის პარამეტრები, რომელთა დადგენაც გვინდა გრაფიკული მეთოდით. ამისათვის (4.7) უნდა დავიყვანოთ ნომოგრამის აგების მეთოდითავე მოცემულ (1.36) სახეზე:

$$f_{12} - f_{56} = f_{34} - f_{78},$$

$$g_{12} - g_{56} = g_{34} - g_{78}.$$

(1.36) სახეზე დასაყვანად (4.7) დავწეროთ იგივეურად, გალოგარიტმების შემდეგ და მივუწეროთ $\alpha - 0 = \alpha - 0$ იგივეური ტოლობა

$$\left. \begin{aligned} 0 - \lg S_k &= \lg(1 - e^{-\alpha t}) - \lg S_t, \\ \alpha - 0 &= \alpha - 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

(1.36) კანონიკური ფორმისა და (4.8)-ის შედარებით გვაქვს:

$$\left. \begin{aligned} f_{12} = 0; \quad f_{34} &= \lg(1 - e^{-\alpha t}); \\ g_{12} = \alpha; \quad g_{34} &= \alpha. \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\text{ტრანსპარანტის} \\ &\text{უძრავი ნაწილი} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{56} &= \lg S_k; \quad f_{78} = \lg S_t; \\ g_{56} = 0; \quad g_{78} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} &\text{ტრანსპარანტის} \\ &\text{მოძრავი ნაწილი} \end{aligned}$$

ნომოგრამის ასაგებად საჭირო მარეგულირებელი პარამეტრების მნიშვნელობები მოცემულია ქვემოთ:

$$a_0 = b_0 = a'_0 = b'_0 = 0;$$

$$\mu_x = 150; \quad \mu_y = 200; \quad \delta_x = 1; \quad \delta_y = 0.$$

(4.7) ფორმულაში შემავალი S_t , S_k , α , t სიდიდეებისათვის ცვალებადობათა დიაპაზონი აღებულია შემდეგ ზღვრებში:

$$0,05 \leq \alpha \leq 0,5;$$

$$1 \leq t \leq 10, \text{ წ};$$

$$1 \leq S_t, S_k \leq 100, \text{ მმ}.$$

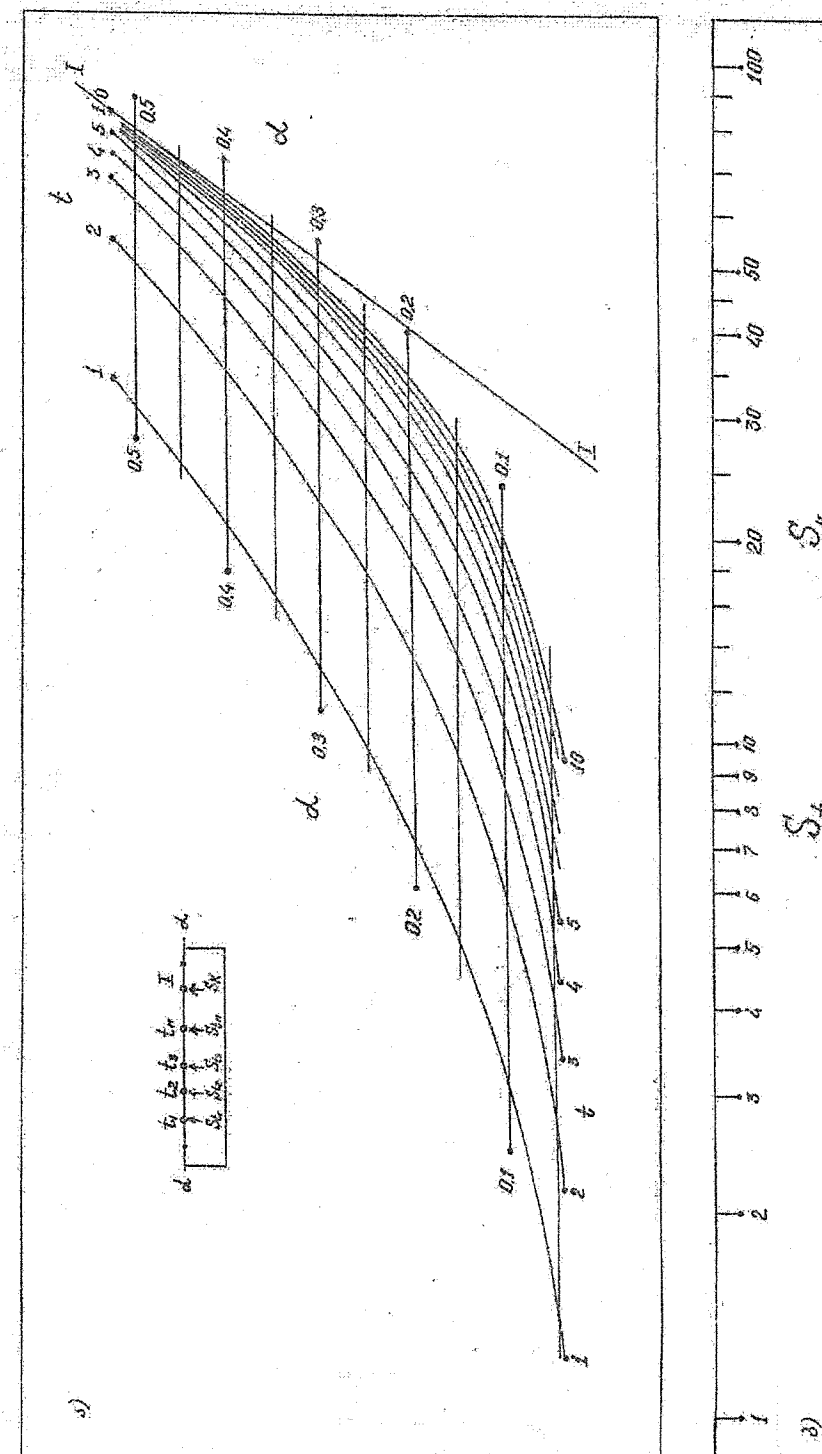
ზემოთ განხილულის გათვალისწინებით აგებული (4.7) დამოკიდებულების ტრანსპარანტული ნომოგრამა მოცემულია ქვემოთ 4.3 ნახაზზე.

აქვე მოცემულია ნომოგრამით სარგებლობის გასაღები, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს: როცა ნომოგრამით გვინდა გამოვთვალოთ S_t დაწვევის სიდიდე მოცემული S_k , α , t სიდიდეებით, S_k მოცემულ სიდიდეს დავადებთ α მოცემულ მნიშვნელობას (S_k სკალას დავადებთ α -ს აღმნიშვნელ ხაზს) და დავაფიქსირებთ S_k -ს I-I მუხვი სკალის გადაკვეთაზე. ამ მომენტში t დროის აღმნიშვნელი მრუდის გადაკვეთა S_t სკალასთან მოგვცემს S_t მნიშვნელობას.

ეს არის ნომოგრამის გამოყენება პირდაპირი დანიშნულებით — გამოთვლის მიზნით. სიზუსტეები წარმოდგენილია 4.3 ცხრილში.

ცხრილი 4.3

№	S_k	α	t	S_t		
				ნომოგრამით გამოთვლილი	ფორმულით გამოთვლილი	შეცდომა $\Delta\%$
1	100	0,5	5	92	91,8	0,02
2	80	0,4	4	63	63,8	1,2
3	50	0,3	2	22	22,6	2,6
4	20	0,2	1	3,5	3,6	2,8
5	70	0,35	3	45	45,5	1,1



ნახ. 4.3 ნომოგრამა (4.7) დამოკიდებულებისათვის:

ა) უბრალო ნაწილი ბ) ტრანსპარანტი.

ახლა განვიხილოთ ნომოგრამის გამოყენება (4.7) ფორმულაში შემავალი პარამეტრების (S_k, α) დასადგენად. ამისათვის ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე გამოძრავებთ პორიზონტალურად ორიენტირებულ საზაზავ-ტრანსპარანტს ზემოთ და ქვემოთ მანამ, სანამ არ ვიპოვით იმ მდებარეობას, რომლის დროსაც ერთმანეთს დაემთხვევა მოცემული $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$ დროის აღმნიშვნელი მრუდები (α, t) ბინარულ ველში ტრანსპარანტის S_t სკალაზე — $S_{t_1}, S_{t_2}, S_{t_3} \dots S_{t_n}$ დაწვეების მოცემულ სიდიდეებს. ამ დროს ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე პორიზონტალური ხაზის გასწვრივ წავიკითხავთ α მნიშვნელობას, ხოლო I-I მუხვი სკალის S_k სკალასთან გადაკვეთის წერტილში — S_k მნიშვნელობას. უნდა აღვნიშნოთ, რომ t და S_t შეთავსებები წყვილებსათვის არ იქნება იდეალურად ზუსტი, მაგრამ, როგორც ჩატარებული ანალიზი აჩვენებს, ამ ვით დადგენილი პარამეტრების სიზუსტე ~10%-ის ფარგლებშია (ცხრილი 4.4), რაც სრულებით აკმაყოფილებს პროგნოზირებული სიდიდეების მოთხოვნილ სიზუსტეს.

ქვემოთ, 4.4 ცხრილში მოცემული S_{tj} და t_j სიდიდეებით გრაფიკულად 4.3 ნახაზზე მოცემული ტრანსპარანტული ნომოგრამით დადგენილია α და S_k პარამეტრები. შემდეგ ამ პარამეტრებით (4.7) ფორმულით გამოთვლილი S_t სიდიდეები შედარებულია მოცემულ S_{tj} სიდიდეებთან და გამოყვანილია ცდომილებები %-ში, რაც 10%-ს არ აღემატება.

ცხრილი 4.4

№	$\frac{t_j}{S_{tj}}$					გრაფიკულად ნაპოვნი პარამეტრები		(4.7) ფორმულით გამოთვლილი S_t სიდიდეები					შეცდომები %-ში				
	t_1/S_{t_1}	t_2/S_{t_2}	t_3/S_{t_3}	t_4/S_{t_4}	t_5/S_{t_5}	α	S_k	S_{t_1}	S_{t_2}	S_{t_3}	S_{t_4}	S_{t_5}	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5
1	3/35	4/38	5/40	6/41	7/43	0,50	45	35,0	38,9	41,3	42,8	43,6	0	2	3	4	1
2	3/32	4/35	5/37	6/38	7/38	0,44	43	31,5	35,6	38,2	39,9	41,0	2	2	3	5	8
3	4/33	5/35	6/36	7/36	8/37	0,50	38	32,9	34,9	36,1	36,9	37,3	0	0	0	2	1
4	5/36	6/37	7/38	8/39	9/40	0,40	42	36,3	38,2	39,4	40,3	40,9	1	3	4	3	2
5	6/41	7/42	8/43	9/44	10/45	0,34	47	40,9	42,7	43,9	44,8	45,4	0	2	2	2	1
6	4/37	5/40	6/42	7/44	8/44	0,43	47	38,6	41,5	43,4	44,7	45,5	4	4	3	2	3
7	1/12	2/23	3/29	4/35	5/35	0,40	40	13,2	22,0	28,0	31,9	34,6	10	4	4	9	1
8	2/29	3/36	4/45	5/46	6/46	0,44	50	29,3	36,6	41,4	44,5	46,4	1	2	8	3	1
9	2/29	3/36	4/47	5/52	6/54	0,50	51	32,2	39,6	44,1	46,8	48,5	11	10	6	10	10
10	1/21	2/40	3/55	4/65	5/69	0,33	80	22,5	38,7	50,3	58,6	64,6	7	3	9	10	6

4.3.2. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწვეებითა და სიჩქარეებით

იგივე ემპირიული პარამეტრების გრაფიკული მეთოდით დადგენა შესაძლებელია არა მარტო დაწვეებით, არამედ სიჩქარეებითაც [5].

დაწვეების სიჩქარეების მისაღებად (4.7) მათემატიკური მოდელი გავაწარმოთ დროის ფაქტორით —

$$\frac{\partial S_t}{\partial t} = V = S_k \alpha e^{-\alpha t}. \quad (4.9)$$

ტრანსპარანტული ნომოგრამის ასაგებად (4.7) და (4.9) ტოლობები განვიხილოთ, როგორც განტოლებათა სისტემა:

$$\left. \begin{aligned} S_t &= S_k(1 - e^{-\alpha t}); \\ V &= S_k \alpha e^{-\alpha t}. \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

(4.10) სისტემის ტოლობების დასაყვანად (1.28) კანონიკურ ფორმაზე, დავწეროთ იგი შემდეგი სახით

$$\frac{1}{S_k} = \frac{1 - e^{-\alpha t}}{S_t} = \frac{\alpha e^{-\alpha t}}{V}.$$

ამ უკანასკნელის გალოგარითმებით და მის ქვეშ $\alpha = \alpha = \alpha$ იგივეობის მიწერით მივიღებთ (1.28)-ის მსგავს ფორმას:

$$\left. \begin{aligned} 0 - \lg S_k &= \lg(1 - e^{-\alpha t}) - \lg S_t = \lg \alpha e^{-\alpha t} - \lg V; \\ \alpha - 0 &= \alpha - 0 = \alpha - 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

(4.11) და (1.28) ფორმები შესატყვისია და გვაქვს:

$$f_{12} = 0; \quad f_{34} = \lg(1 - e^{-\alpha t}); \quad f_{56} = \lg \alpha e^{-\alpha t}.$$

$$g_{12} = \alpha; \quad g_{34} = \alpha; \quad g_{56} = \alpha.$$

ეს ბინარული ველები ერთი საერთო α პარამეტრით განლაგდება ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე.

$$f_7 = \lg S_k; \quad f_8 = \lg S_t; \quad f_9 = \lg V.$$

$$g_7 = 0; \quad g_8 = 0; \quad g_9 = 0.$$

ეს პორიზონტალური სკალები კი განლაგდებიან ნომოგრამის მოძრავ ნაწილზე — ტრანსპარანტზე. ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე განლაგებული ბინარული ველებისა და ტრანსპარანტზე განლაგებული სკალების კოორდინატების განტოლებანი მოცემულია 1.2 ცხრილში. ნომოგრამის ასაგებად შერჩეული გარდაქმნის პარამეტრებია: $a_0 = b_0 = a'_0 = b'_0 = a = b = 0; c = 300 \text{ მმ}; d = 30 \text{ მმ}; \mu_x = 75; \mu_y = 200; \delta_x = 1; \delta_y = 0.$

მათემატიკურ მოდელში მოცემული ცვლადების ცვლადებადობათა დიაპაზონი აღებულია ზღვრებში:

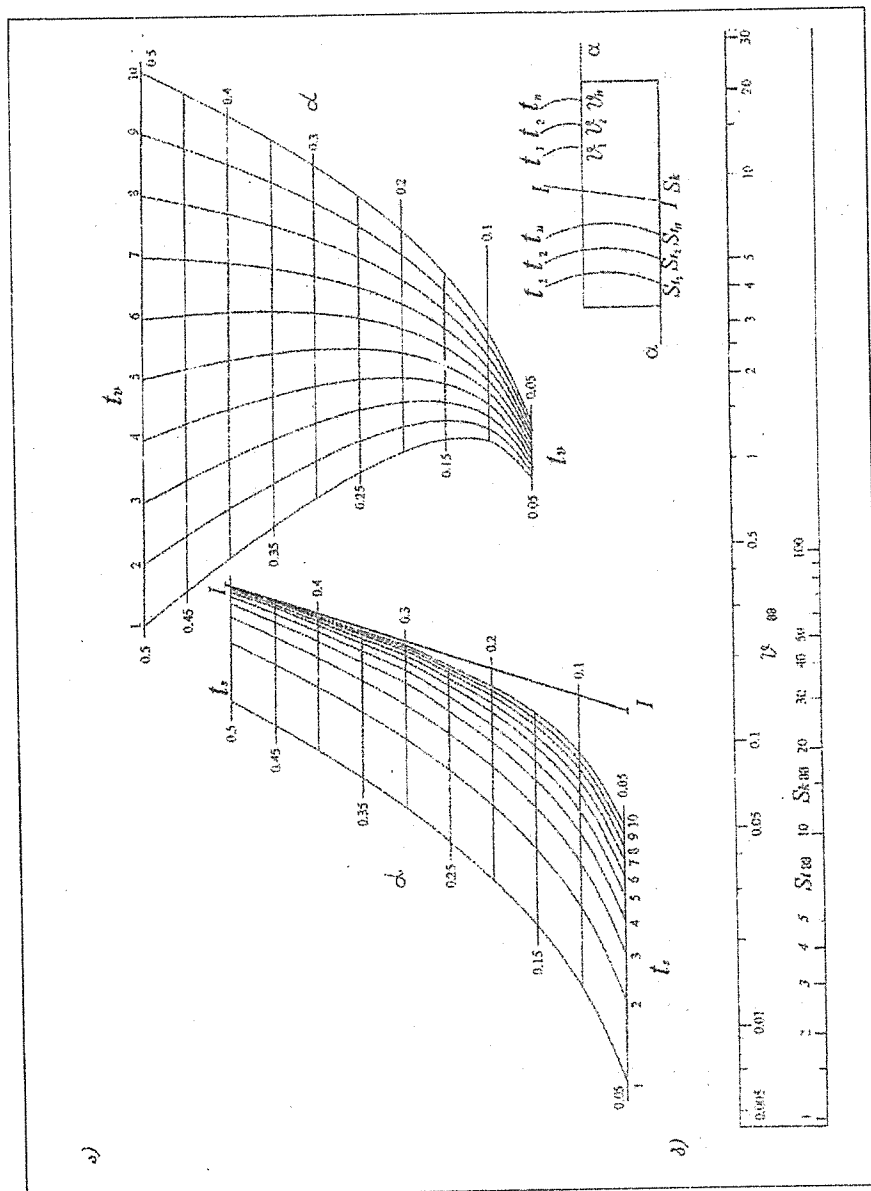
$$0,05 \leq \alpha \leq 0,50;$$

$$1 \leq t \leq 10 \text{ წელი};$$

$$1 \leq S_k, S_t \leq 100 \text{ მმ};$$

$$0,001 \leq v \leq 30 \text{ მმ/წ.}$$

ამ მონაცემებით აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამა მოცემულია 4.4 ნახაზზე. 4.3 ნომოგრამისაგან განსხვავებით აქ ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე დამატებით გვაქვს (t, α) ბინარული ველი და შესაბამისად ტრანსპარანტზე დამატებითი v სკალა.



ნახ. 4.4 ტრანსპარანტული ნომოგრამა (4.10) სისტემისათვის:
ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

ნომოგრამის გამოყენება S_k და v სიდიდეების საანგარიშოდ ხდება ისევე, როგორც წინა შემთხვევაში. კერძოდ, S_k , α და t მოცემული მნიშვნელობებისათვის ტრანსპარანტს (რომელიც უნდა გამოჭრილი იქნეს თავისი ზომებით) ვაღებთ ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე ისე, რომ S_k და S_k სკალების ხაზი შეუთავსდეს მოცემული α -ს აღმნიშვნელ პორიზონტალურ ხაზს (α, t_s) ველში, შემდეგ α -ს გასწვრივ ვამოძრავებთ მანამ, სანამ ცნობილი S_k სიდიდე არ შეუთავსდება I-I ე.წ. მუხვ სკალას. დავაფიქსირებთ რა ამ მდგომარეობას, საძიებელ S_k და v სიდიდეებს წავიკითხავთ მოცემული t მრუდების გადაკვეთაზე შესაბამისად, (α, t_s) და (α, t_v) ბინარულ ველებში. გამოთვლის ცდომილება, როგორც ეს 4.3 ცხრილშია, აქაც 2 – 3%-ის ფარგლებშია.

როგორც აღვნიშნეთ ტრანსპარანტული სახის ნომოგრამების გამოყენება შესაძლებელია ემპირიულ ფორმულაში შემავალი პარამეტრების დასადგენადაც. ამისათვის ვარიირებით ნომოგრამის მოძრავ ნაწილს ანუ ტრანსპარანტს უძრავ ნაწილზე პორიზონტალურად ისე, რომ მოცემულ $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$ დროის აღმნიშვნელი მრუდის ხაზები (α, t_v) ველში საუკეთესოდ შეუთავსდეს ტრანსპარანტზე გამოსახული დაწვევების სიჩქარეების აღმნიშვნელი v სკალის $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$ სიდიდეებს.

ამ მდგომარეობის დაფიქსირების შემდეგ v სკალის გასწვრივ წავიკითხავთ α პარამეტრის მნიშვნელობას, ხოლო I-I და S_k სკალების გადაკვეთის წერტილში – S_k პარამეტრის მნიშვნელობას. ზუსტ შეთავსებებს ყოველი t და v წვეტილებისათვის ადგილი არ ექნება, მაგრამ უნდა ვეცადოთ შევარჩიოთ ისეთი მდებარეობა, როცა ეს შეთავსებები ოპტიმალური იქნება. სიზუსტის ანალიზი წარმოდგენილია 4.5 ცხრილში, საიდანაც ჩანს, რომ პარამეტრის დადგენის ცდომილება 10-12%-ის ფარგლებშია, საშუალოდ კი შეადგენს 3-5%-ს.

ცხრილი. 4.5

მაგალითები	$\frac{t_j}{v_{tj}}$					გრაფიკულ ნაპოვნი პარამეტრი		ფორმულით გამოთვლილი მნიშვნელობები						შეცდომები %-ში $\Delta_j = \frac{ v_{tj} - \bar{v}_{tj} }{v_{tj}} \cdot 100$				
	t_1/v_{t_1}	t_2/v_{t_2}	t_3/v_{t_3}	t_4/v_{t_4}	t_5/v_{t_5}	α	S_k	\bar{v}_{t_1}	\bar{v}_{t_2}	\bar{v}_{t_3}	\bar{v}_{t_4}	\bar{v}_{t_5}	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	
1	1	2	3	4	5	0,41	19	5,0	3,0	2,0	1,5	1,0	0	0	0	0	0	
	5	3	2	1,5	1													
2	2	3	4	5	6	0,38	43	8,0	5,0	3,5	2,5	1,6	0	0	0	0	7	
	8	5	3,5	2,5	1,5													
3	3	4	5	6	7	0,4	82	9,8	6,65	4,4	3,0	2,0	2	6	12	0	0	
	10	7	5	3	2													
4	5	6	7	8	9	0,38	68	5,7	3,9	2,6	1,8	1,2	8	8	4	6	9	
	5,3	3,6	2,5	1,7	1,1													
5	6	7	8	9	10	0,27	41	2,9	2,2	1,7	1,3	1,0	3	4	6	7	0	
	3	2,3	1,8	1,4	1													
6	4	5	6	7	8	0,35	100	4,3	3,0	2,1	1,5	1,0	8	0	5	6	0	
	4	3	2	1,6	1													
7	1	2	3	4	5	0,34	17	4,1	2,9	2,1	1,5	1,1	2	3	5	0	10	
	4	3	2	1,5	1													
8	2	3	4	5	6	0,4	16	2,9	1,9	1,3	0,9	0,6	3	10	7	0	0	
	3	2,1	1,4	0,9	0,6													
9	2	3	4	5	6	0,43	33	3,7	2,6	1,7	1,1	0,7	8	7	11	8	0	
	4	2,8	1,9	1,2	0,7													
10	1	2	3	4	5	0,35	24	2,1	1,4	1,0	0,7	0,5	5	7	0	0	0	
	2	1,5	1	0,7	0,5													

4.3.3. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწვევებით, სიჩქარეებითა და აჩქარებებით

როგორც ზემოთ ვნახეთ, დაწვევების პროგნოზირების ექსპონენციალური ფუნქციის ემპირიული პარამეტრების (α და S_K) სიდიდეთა დადგენა შესაძლებელია როგორც დაწვევების სიდიდეების, ასევე დაწვევათა სიჩქარის გამოყენებით. საბოლოოდ ალბათ ლოგიკური იქნება მათი საშუალო სიდიდეების გამოყენება პრაქტიკული მიზნით.

როცა ერთი და იგივე პროცესის გამომხატველი ფუნქციის პარამეტრების (α და S_K) დადგენა შეგვიძლია რამდენიმე მაჩვენებლის (დაწვევების, სიჩქარეების) გამოყენებით, ჩვენი აზრით ეს ზრდის ამ პარამეტრების ოპტიმალურ სიდიდეებთან მიახლოების ალბათობას. ამ აზრითაა ნაკარნახევი ამ ქვეპარაგრაფში წარმოდგენილი საკითხი, რომლის აზრი მდგომარეობს ვისარგებლოთ აღნიშნული α და S_K პარამეტრების სიდიდეთა დადგენისათვის კიდევ ერთი დამატებითი მაჩვენებლით – დაწვევების აჩქარებებით, რომელიც ახასიათებს ნაგებობის წერტილთა დაწვევების სიჩქარეების ცვლილების სისწრაფეს. უნდა ვივარაუდოთ, რომ დაწვევების წერტილები დაახლოებით სწორხაზოვნად მოძრაობენ. ასეთი მოძრაობისას საშუალო აჩქარება ტოლია Δv სიჩქარის ნაზრდის ფარდობისა Δt დროის იმ შუალედთან, რომლის განმავლობაშიც ეს ნაზრდი წარმოიშვა – $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$.

ამრიგად, ჩვენი მიზანია დავადგინოთ α და S_K ემპირიული პარამეტრების სიდიდეები დაწვევებით, დაწვევათა სიჩქარეებითა და აჩქარებებით:

$$\left. \begin{aligned} S_t &= S_K(1 - e^{-\alpha t}); \\ v_t &= \frac{\partial S_t}{\partial t} = S_K \alpha e^{-\alpha t}; \\ a_t &= \frac{\partial v_t}{\partial t} = S_K \alpha^2 e^{-\alpha t}. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

წინა შემთხვევების მსგავსად და ნომოგრამის აგების მეთოდის (§1.6) მიხედვით (4.12) განტოლებათა სისტემისათვის აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამა წარმოდგენილია 4.5 ნახაზზე. ნომოგრამა აგებულია გარდაქმნის პარამეტრების შემდეგი მნიშვნელობებისათვის:

$a_0 = b_0 = a'_0 = b'_0 = 0$; $a = b = 0$; $c = 200$; $d = 30$; $e = 370$; $f = 0$; $\mu_x = 75$; $\mu_y = 200$; $\delta_x = 1$; $\delta_y = 0$.

(4.12) სისტემაში შემაჯავლი ცვლადების ცვლილებათა დიაპაზონია:

$$\begin{aligned} 0,05 &\leq \alpha \leq 0,5; \\ 1 &\leq t \leq 10; \\ 1 &\leq S_K, S_t \leq 100; \\ 0,001 &\leq v_t \leq 30; \\ 0,002 &\leq a_t \leq 15. \end{aligned}$$

როგორც წინა შემთხვევებში, 4.5 ნახაზზე წარმოდგენილი ნომოგრამა შეგვიძლია გამოვიყენოთ (4.12) სისტემის ძირითადი მაჩვენებლების – S_t დაწვევების, v_t სიჩქარეების და a_t აჩქარებების საანგარიშოდ. ამისათვის ვიქცევით ასე: 4.5 ნახაზის ბ) მოძრავ ნაწილს, ე.წ. ტრანსპარანტს გამოვჭრით თავისი ზომებით; ტრანსპარანტის S_K , S_t სკალებს ვაორიენტირებთ უძრავი ნაწილის α პორიზონტალური ხაზების მიხედვით, გადავადგილებთ ორიენტირებულ ტრანსპარანტს მოცემული α -ს გასწვრივ და შევუთავსებთ S_K მოცემულ სიდიდეს I-I მუხვ სკალასთან. ამით ვაფიქსირებთ ტრანსპარანტს უძრავ ნაწილზე. ამის შემდეგ, წავიკითხავთ

პასუხებს – S_t დაწვევის სიდიდეს t მრუდის გადაკვეთაზე; v – დაწვევის სიჩქარეს მოცემული t მრუდის გადაკვეთაზე (t -ს სიდიდეა იგივეა); a – დაწვევის აჩქარების სიდიდეს მოცემულ t მრუდის გადაკვეთაზე (t_s , t_v და t_a ერთი და იგივე მაგალითისათვის ერთი და იგივეა).

ნომოგრამით გამოთვლების სიზუსტეთა ანალიზისათვის ქვემოთ 4.6 ცხრილში ამოხსნილია რამდენიმე მაგალითი ნომოგრამითა და (4.12) ფორმულებით. როგორც შეცდომების ანალიზი აჩვენებს, ნომოგრამით გამოთვლების სიზუსტე, პრაქტიკული გამოთვლებისათვის მისაღებია – 3 – 5%.

ცხრილი 4.6

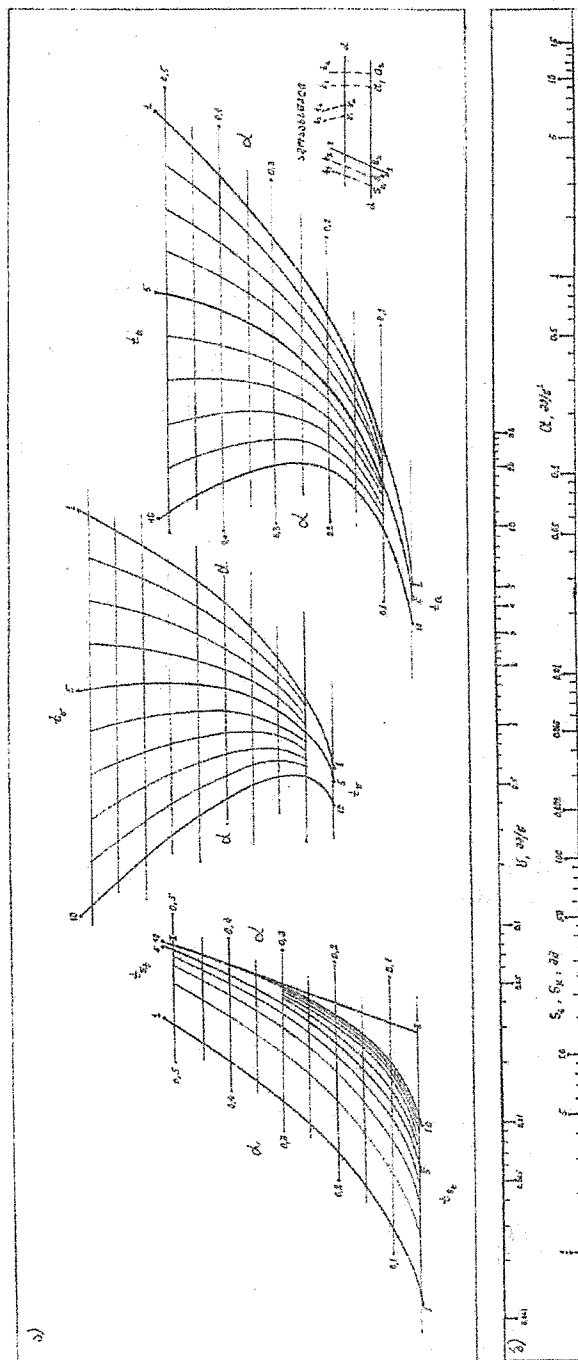
№	მოცემული სიდიდეები			საძიებო სიდიდეები								
	t	α	S_K	S_t			v			a		
				ნომო	ფორმ	$\Delta\%$	ნომო	ფორმ	$\Delta\%$	ნომო	ფორმ	$\Delta\%$
1	2	0,2	30	10	9,9	1,0	3,9	4,04	3,5	0,8	0,82	2,5
2	3	0,3	40	26	23,7	9,7	4,9	4,91	0,2	1,5	1,46	2,7
3	5	0,4	50	44	43,2	1,8	2,7	2,72	0,7	1,1	1,08	1,8
4	7	0,45	70	64	67,0	4,5	1,35	1,35	0	0,6	0,61	1,7
5	9	0,5	85	83	84,0	1,2	0,47	0,47	0	0,23	0,24	4,2

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ ტრანსპარანტული ნომოგრამების უპირატესობა გამოიხატება მათი გამოყენების შესაძლებლობით კვლევითი მიზნებისათვის, კონკრეტულად რაიმე პროცესის მათემატიკური მოდელის ემპირიული პარამეტრების მნიშვნელობათა დადგენისათვის. ამ მიზნით ჩვენ გამოვიყენეთ დაწვევებისა და დაწვევების სიჩქარეთა მოდელის ნომოგრამები. ეხლა იმავე მიზნისთვის გამოვიყენოთ დაწვევების აჩქარებათა მოდელის ნომოგრამა (ნახ.4.5). α და S_K პარამეტრების დადგენისთვის ერთდროულად გამოყენებული იქნა (t_s , S_t); (t_v , v) და (t_a , a) ბინარული ელემენტები. შედეგები წარმოდგენილია 4.7 ცხრილში.

როგორც ცხრილიდან ჩანს, ერთი და იგივე ნომოგრამის სხვადასხვა ბინარული ელემენტის გამოყენებით დადგენილი ემპირიული პარამეტრები უმნიშვნელოდ განსხვავდებიან. გრაფიკულად დადგენილი α და S_K პარამეტრებით (4.12) ფორმულით გამოთვლილი S_t , v და a სიდიდეები ახლოსაა იმავე სიდიდეების იმ მნიშვნელობებთან, რომელიც შერჩეული იქნა α და S_K პარამეტრების დასადგენად. განსხვავება ზოგიერთი გამონაკლისის გარდა არ აღემატება 2 – 3% ცდომილებას.

ცხრილი 4.7

მაჩვენებლები		$t_j/S_{tj}, v_j, a_j$						გრაფიკულ. მიღებული პარამეტრები		ფორმულით გამოთვლილი S_t, v, a						შეცდომები $\Delta_j, \%$					
მაგალითები		1	2	3	4	5	6	α	S_K	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
ბინარული ელემენტები	(t_{S_t}, S_t)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{10}{34}$	0,30	36	9,3	16,2	21,4	28,0	31,6	34,2	3,2	1,2	2,8	0	1,3	0,6
	(t_v, v)	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{4,5}$	$\frac{5}{2,3}$	$\frac{7}{1,3}$	$\frac{10}{0,5}$	0,31	35	8,0	5,8	4,3	2,3	1,2	0,5	0	3,4	4,6	0	8,3	0
	(t_a, a)	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{2}{1,7}$	$\frac{3}{1,1}$	$\frac{5}{0,7}$	$\frac{7}{0,4}$	$\frac{10}{0,15}$	0,29	36	2,3	1,7	1,3	0,7	0,4	0,17	8,7	0	15,4	0	0	11,8



ნახ. 4.5 ნომოგრამა (4.12) დამოკიდებულებებისათვის:
ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

4.4. დეფორმაციების პროგნოზირების ჰიპერბოლური მოდელის ემპირიული პარამეტრების დადგენა გრაფიკულად

საინჟინრო ნაგებობათა დაწეების ხასიათი, როგორც ცნობილია, განისაზღვრება მათი სიდიდითა და სიჩქარით ანუ პროცესის ცვლილებით შერჩეულ დროის ერთეულში. ამასთან დაწეების ინტენსიურობის სიდიდეები უფრო არსებით როლს თამაშობს, ვიდრე მისი აბსოლუტური სიდიდეები. აქედან გამომდინარე, α და S_k ემპირიული პარამეტრების გრაფიკული დადგენა უფრო ზუსტად მოხდება დაწეებითა და მათი სიჩქარეებით. ეს საკითხი გვექონდა განხილული წინა პარაგრაფში, სადაც დაწეები და მათი სიჩქარეები წარმოდგენილი იყო ექსპონენციალური ფუნქციით. აქაც იგივე საკითხს განვიხილავთ იმ განსხვავებით, რომ დაწეები და მათი სიჩქარეები წარმოდგენილი იქნებიან ჰიპერბოლური ფუნქციით [19]

$$S_t = S_k \frac{t}{\alpha + t}, \quad (4.13)$$

სადაც S_t არის t დროში მიმდინარე დაწევა, მმ; S_k -მსგავს პირობებში მსგავსი ტიპის ნაგებობისათვის დაწევის საბოლოო სიდიდე, მმ; t - დრო, თვე ან წელი; α - ემპირიული კოეფიციენტი, რომლის სიდიდე დამოკიდებულია ნაგებობის ტიპზე, გრუნტის თვისებებზე და სხვა ფაქტორებზე და იცვლება 0-დან 0.5-მდე.

(4.13) ფორმულის მიხედვით დაწეების v სიჩქარე ტოლი იქნება

$$\frac{\partial S_t}{\partial t} = v = S_k \frac{\alpha}{(\alpha + t)^2}. \quad (4.14)$$

იმისათვის, რომ (4.13) და (4.14) დამოკიდებულებები წარმოვადგინოთ ტრანსპარანტული ნომოგრამით, ისინი უნდა დავიყვანოთ 1.6 პარაგრაფში მოცემული მეთოდით (1.28) კანონიკურ სახეზე. ამისათვის, (4.13) და (4.14) წარმოვადგინოთ ასეთი სახით

$$\frac{1}{S_k} = \frac{t}{S_t(\alpha + t)} = \frac{\alpha}{v(\alpha + t)^2}.$$

გალოგარიტმებულ ბოლო ტოლობას ქვეშ მიუვწეროთ $\alpha = \alpha = \alpha$ იგივეობა, შედეგად გვექნება

$$0 - \lg S_k = \lg \left(\frac{t}{\alpha + t} \right) - \lg S_t = \lg \left(\frac{\alpha}{(\alpha + t)^2} \right) - \lg v, \quad (4.15)$$

$$\alpha - 0 = \alpha - 0 = \alpha - 0.$$

(4.15) ანალოგიურია (1.28) ფორმისა

$$f_{12} - f_7 = f_{34} - f_8 = f_{56} - f_9,$$

$$g_{12} - g_7 = g_{34} - g_8 = g_{56} - g_9.$$

(4.15) და (1.28) ფორმების შედარებით გვაქვს:

$$\left. \begin{aligned} f_{12} &= 0; \quad f_{34} = \lg \frac{t}{\alpha + t}; \quad f_{56} = \lg \frac{\alpha}{(\alpha + t)^2}; \\ g_{12} &= \alpha; \quad g_{34} = \alpha; \quad g_{56} = \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

(4.16) განლაგდება ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე I-I მუხვი სკალის; (α, t_s) ბინარული ველისა და (α, t_v) ბინარული ველის სახით, ხოლო

$$\left. \begin{aligned} f_7 &= \lg S_k; \quad f_8 = \lg S_t; \quad f_9 = \lg v; \\ g_7 &= 0; \quad g_8 = 0; \quad g_9 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

(4.17) განლაგდება ნომოგრამის მოძრავ ნაწილზე - ტრანსპარანტზე ჰორიზონტალური სკალის სახით.

ნომოგრამის ასაგები კოორდინატები როგორც უძრავ, ისე მოძრავ ნაწილზე მოცემულია 1.2 ცხრილში (§1.6). ცხრილში წარმოდგენილი პარამეტრების მნიშვნელობებია:

$$a_0 = b_0 = a'_0 = b'_0 = a = b = 0; c = 520 \text{ მმ}; d = 30 \text{ მმ}; \mu_x = 150; \mu_y = 200; \delta_x = 1; \delta_y = 0.$$

(4.13) და (4.14) ფორმულებში შემავალი ცვლადებისა და ემპირიული პარამეტრების ცვალებადობათა დიაპაზონი აღებული გვაქვს შემდეგ ფარგლებში:

$$0,05 \leq \alpha \leq 0,5;$$

$$1 \leq t \leq 10 \text{ წელი};$$

$$1 \leq S_k, S_t \leq 100 \text{ მმ};$$

$$0,001 \leq v \leq 1 \text{ მმ/წ.}$$

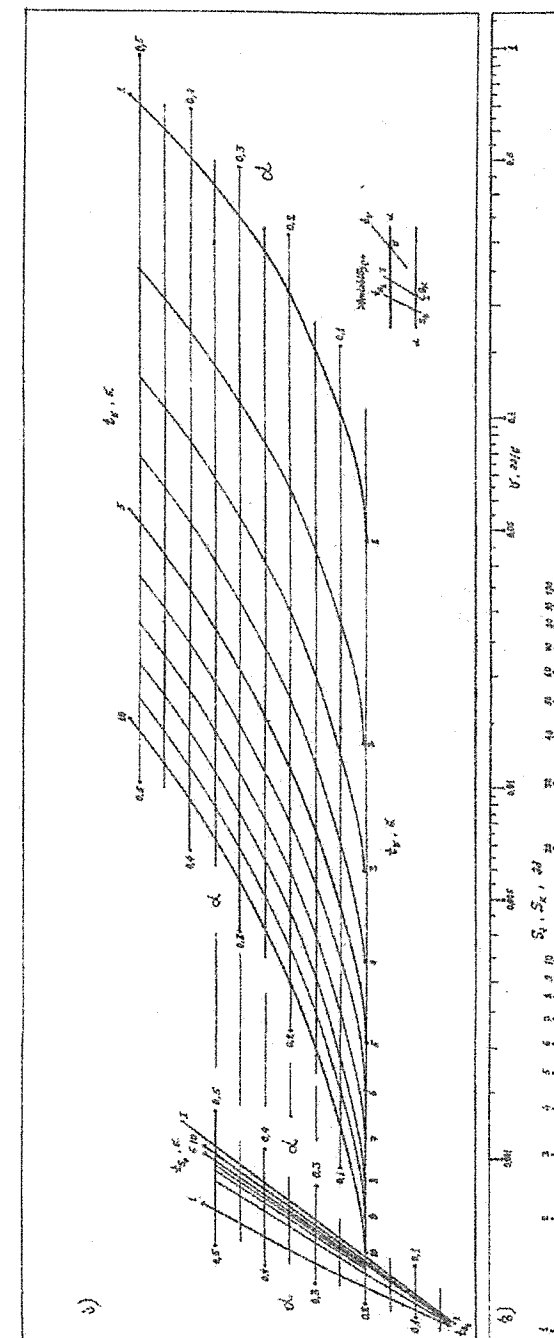
ცვლადებისა და პარამეტრების ასეთი მნიშვნელობებისათვის აგებული ტრანსპარანტული ნომოგრამა წარმოდგენილია 4.6 ნახაზზე.

4.6 ნახაზზე წარმოდგენილი ნომოგრამა შეგვიძლია გამოვიყენოთ როგორც S_t დაწვეებისა და v დაწვეის სიჩქარეების საანგარიშოდ (4.13) და (4.14) ფორმულების ნაცვლად, ისე ამ ფორმულებში შემავალი ემპირიული α და S_k პარამეტრების სიდიდეთა დასადგენად უმცირეს კვადრატთა მეთოდის ნაცვლად.

პირველ შემთხვევაში ტრანსპარანტის S_k სკალას ვაორიენტირებთ უძრავ ნაწილზე α პორიზონტალური ხაზების გასწვრივ, შემდეგ მოცემულ S_k სიდიდეს დავამთხვევთ მოცემული α და I-I მუხვი სკალის გადაკვეთის წერტილს, რის შემდეგ მოცემული t გადაკვეთაზე (α, t_x) ველში S_t სკალასთან წავიკითხავთ S_t პასუხს, ხოლო იგივე t სიდიდის გადაკვეთაზე (α, t_y) ველში v სკალასთან წავიკითხავთ v სიჩქარის პასუხს. ფორმულით გამოთვლილთან შედარებით (ერთი გამონაკლისის გარდა) ვლუბულობთ უმნიშვნელო განსხვავებას 1–2% ფარგლებში. გამონაკლისის სახით ერთ შემთხვევაში მივიღეთ 15% ცდომილება, რისი მიზეზიც v -ს მცირე მნიშვნელობაა – $v \approx 0,1$ მმ/წ. (ცხრ. 4.8).

ცხრილი 4.8

მაგალითები	მოცემული სიდიდეები			გამოთვლილი სიდიდეები					
	S_k	α	t	S_t			v		
				ნომოგრ.	ფორმულით	$\Delta\%$	ნომოგრ.	ფორმულით	$\Delta\%$
1	60	0,5	7	57	56	1,8	0,52	0,53	1,9
2	50	0,35	5	46,5	46,7	0,4	0,60	0,61	1,7
3	68	0,45	5	62	62,4	0,6	1,0	1,03	3,0
4	90	0,4	6	84	84,4	0,5	0,90	0,88	2,3
5	30	0,3	8	28,3	28,9	2,1	0,15	0,13	15,4



ნახ. 4.6 ნომოგრამა (4.13) და (4.14) დამოკიდებულებებისათვის:
ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

მეორე შემთხვევაში ანუ როცა ნომოგრამას ვიყენებთ ემპირიული პარამეტრების სიდიდეთა დასადგენად, შეგვიძლია გამოვიყენოთ როგორც (t_{S_t}, α) ველი და S_t სკალა, ისე (t_v, α) ველი და v სკალა. ორივე შემთხვევაში ვიქცევით ასე:

ვაორიენტირებთ ნომოგრამის მოძრავ ნაწილს უძრავზე ისე, რომ მოცემული t_j ($j = 1, 2, \dots$) მრუდები პირველ ბინარულ ველში საუკეთესოდ შეუთავსდეს მოცემულ S_{tj} სიდიდეებს. ამ მდგომარეობის დაფიქსირებით, მუნივი სკალის გასწვრივ წავიკითხავთ S_k პარამეტრის მნიშვნელობას, ხოლო α -ს გასწვრივ გვექნება მისი სიდიდე. როცა ვიყენებთ მეორე (t_v, α) ველს, მოცემული t_j სიდიდეები უნდა საუკეთესოდ შევუთავსოთ ასევე მოცემულ v_j სიდიდეებს, რომლის დაფიქსირებით მივიღებთ იგივე α და S_k პარამეტრების მნიშვნელობებს. აღნიშნული წარმოდგენილია ცხრ.4.9-ში, სადაც ნაჩვენებია გრაფიკულად დადგენილი პარამეტრებით გამოთვლილ სიდიდეთა (S_t და v) განსხვავება იგივე სიდიდეების მოცემულ მნიშვნელობებთან %-ში. როგორც ცხრილიდან ჩანს ეს განსხვავებები მერყეობს 5 – 10% ფარგლებში.

ცხრილი 4.9

მაჩვენებლები		$t_j / S_{tj}, v_j$				გრაფიკულად განსაზღვრული პარამეტრები		ფორმულით გამოთვლილი S_t, v				ცდომილება $\Delta_j, \%$			
მაგალითები		1	2	3	4	α	S_k	1	2	3	4	1	2	3	4
ბინარული ველები	t_{S_t}, S_t	$\frac{3}{12}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{10}{13}$	0,36	14	12,5	13,0	13,3	13,5	4,0	0	2,3	3,7
	t_v, v	$\frac{3}{0,4}$	$\frac{5}{0,15}$	$\frac{7}{0,085}$	$\frac{10}{0,045}$	0,35	14	0,44	0,17	0,09	0,046	9,1	11,8	5,5	2,23

4.5. გრაფიკული მეთოდის გამოყენება ოპტიმალური პარამეტრების დასადგენად

დასმული ამოცანა მიეკუთვნება სამთო დარგს, კერძოდ მიწისქვეშა საბადოთა დამუშავების ოპტიმიზაციის საკითხს. განხილულ ამოცანებთან მას აკავშირებს გრაფიკული მეთოდების გამოყენების შესაძლებლობა სამეცნიერო კვლევითი მიზნით. კონკრეტულად, მათი დახმარებით შესაძლებელია დავადგინოთ საწმენდი სანგრევის პარამეტრების ის ოპტიმალური სიდიდეები, რომლებიც მინიმუმს ანიჭებს ხარჯებს [3].

ამოცანის არსი შემდეგში მდგომარეობს – სასარგებლო წიაღისეულის ამოსაღები ველის ფარგლებში შრომისა და მასალების ყველა დანახარჯის გათვალისწინებას მივყევართ ოპტიმალურობის კრიტერიუმის (მაგალითად, ხარჯების მინიმუმი), მოცემული პირობებისათვის ფიქსირებული ფენის (ან შრის) სისქისა, სართულის დახრილი სიმაღლისა და ამოსაღები ველის სიგრძისას, საწმენდი სანგრევის სიგრძესა და მის დღეღამურ წინსვლასთან შემდეგ დამოკიდებულებასთან:

$$g_0 = \frac{C_1}{l} + \frac{C_2}{v} + \frac{C_3}{lv}, \quad (4.18)$$

სადაც g_0 არის სასარგებლო წიაღისეულის თვითღირებულება, ლ/ტ; l – საწმენდი სანგრევის სიგრძე, მ; v – სანგრევის დღეღამური გადაადგილება, მ/დღ; C_1, C_2, C_3 – მოცემული პირობებისათვის ფიქსირებული კოეფიციენტებია, რომლებშიც განივთებულია შრომითი და მატერიალური ხარჯები ამა თუ იმ სამთო-გეოლოგიურ და სამთო-ტექნიკურ პირობებში.

ამოცანა მდგომარეობს (4.18) დამოკიდებულების მინიმიზაციაში სანგრევის დატვირთვაზე შემდეგი შეზღუდვის პირობებში:

$$\gamma m l v \leq A \quad \text{ანუ} \quad C_4 l v \leq 1, \quad (4.19)$$

სადაც $C_4 = \frac{\gamma m}{A}$; γ – არის სასარგებლო წიაღისეულის მოცულობითი წონა, ტ/მ³; m – ფენის სიმძლავრე, მ; A – მაქსიმალური დატვირთვა სანგრევზე, რომელიც შეიძლება იყოს დამოკიდებული გაზშეშელობის ფაქტორზე, მაღნის ჭრაუნარიანობაზე; უბნის ტვირთგამტარუნარიანობაზე და სხვა ფაქტორებზე, ტ/დღ.

ერთობლიობაში ამოცანა ფორმულირდება შემდეგი სახით:

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= \frac{C_1}{l} + \frac{C_2}{v} + \frac{C_3}{lv} \rightarrow \min, \\ \text{შეზღუდვით} \quad g_1 &= C_4 l v \leq 1. \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

დასმული ამოცანა განეკუთვნება ოპტიმიზაციის ამოცანებს და იგი ამოიხსნება გეომეტრიული პროგრამირების მეთოდით. შედეგად ვღებულობთ g_0^* პირობით მინიმუმს l^* და v^* ოპტიმალური მნიშვნელობებისას.

ამჟამად, ჩვენი ამოცანა (4.20) დამოკიდებულებების წარმოდგენა ტრანსპარანტული ნომოგრამის სახით, რომლითაც ამოცანას ამოვხსნით არა კლასიკური ოპტიმიზაციის მეთოდებით, არამედ გრაფიკულად. რაც მთავარია, გრაფიკული გადაწყვეტა საშუალებას გვაძლევს თვალი ვადევნოთ გრაფიკულად (4.20) ფუნქციონალური დამოკიდებულების ექსტრემალურ თვისებებზე პარამეტრების გავლენას, რითაც გამოვაგვლით ექსტრემუმის ახლოს ფუნქციის ცვლილების ხასიათს.

ადრე განხილული ამოცანებისათვის ტრანსპარანტული ნომოგრამების აგებისას ტრანსპარანტი ყოველთვის სახაზავის სახის იყო და არ იყო აუცილებელი მისი გამჭვირვალობა. ამჟამინდელი ნომოგრამის როგორც უძრავი, ისე მოძრავი ნაწილები შეიცავენ როგორც ბინარულ ველებს, ასევე სკალებსაც და ამდენად მისი მოძრავი ნაწილი, იგივე ტრანსპარანტი უნდა შესრულდეს გამჭვირვალე ქაღალდზე.

ნომოგრამის ასაგებად წარმოვადგინოთ (4.20) შემდეგი სახით

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_1}{l} + \frac{C_2}{v} &= g_0 - \beta = l, \\ lv &= \frac{C_3}{\beta} = \frac{1}{C_4} \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

სადაც $\beta = \frac{C_2}{lv}$, ხოლო (4.20)-ის შეზღუდვა ავიღეთ ზღვრული მნიშვნელობით ($C_4 lv \approx 1$).

(4.21) სისტემა ტრანსპარანტული ნომოგრამის ასაგებად, უნდა დავიყვანოთ (1.37) სახეზე:

$$f_{12} - f_{78} = f_{34} - f_{9,10} = f_{56} - f_{11,12};$$

$$g_{12} - g_{78} = g_{34} - g_{9,10} = g_{56} - g_{11,12};$$

სადაც f_{ij} და g_{ij} არიან ნომოგრამის ელემენტების წერტილთა აბსცისები და ორდინატები და წარმოდგენილია 1.4 ცხრილში.

მივიყვანოთ (4.21) სისტემა (1.37) კანონიკურ სახეზე:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{C_1}{l} - \frac{C_2}{v} &= 0 - (g_0 - \beta) = 0 - l; \\ lgl - (-lgv) &= lgC_3 - lg\beta = (-lgC_4) - 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

(4.22)-ის შედარება (1.37)-თან, გვაძლევს:

$$f_{12} = -\frac{C_1}{l}; \quad f_{34} = 0; \quad f_{56} = 0;$$

$$g_{12} = lgl; \quad g_{34} = lgC_3; \quad g_{56} = -lgC_4.$$

ამრიგად, (C_1, l) ბინარული ველი, C_3 და C_4 სკალები განლაგდება ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე, ხოლო

$$f_{78} = \frac{C_2}{v}; \quad f_{9,10} = g_0 - \beta; \quad f_{11,12} = l;$$

$$g_{78} = -lgv; \quad g_{9,10} = lg\beta; \quad g_{11,12} = 0.$$

(C_2, v) ბინარული ველი, g_0 წრფეთა ოჯახი და ე.წ. "მუწვი სკალა" I განლაგდებიან ნომოგრამის მოძრავ ნაწილზე - გამჭვირვალე ტრანსპარანტზე.

ნომოგრამა აგებულია (4.22) სისტემის შემადგენელი ელემენტების შემდეგი განტოლებებით:

ა) ნომოგრამის უძრავი ნაწილი:

1) (C_1, l) ბინარული ველი:

$$x = -20 \frac{C_1}{l}, \text{ მმ}; \quad y = 200lg l, \text{ მმ};$$

2) C_3 სკალა:

$$x = 250 \text{ მმ}; \quad y = 200lg C_3 - 100 \text{ მმ};$$

3) C_4 სკალა:

$$x = 200 \text{ მმ}; \quad y = -(200lg C_4 + 100), \text{ მმ}.$$

ბ) ნომოგრამის გამჭვირვალე ტრანსპარანტი:

1) (C_2, v) ბინარული ველი:

$$x' = 20 \frac{C_2}{v} \text{ მმ}; \quad y' = -200lg v, \text{ მმ}.$$

2) g_0 წრფეთა ოჯახი:

$$x' = 250 + 20(g_0 - \beta), \text{ მმ}; \quad y' = 200lg \beta - 100, \text{ მმ}.$$

3) I მუწვი სკალა:

$$x' = 200 + 20I, \text{ მმ}; \quad y' = -100 \text{ მმ}.$$

I-I მუწვი სკალა არ გრადუირდება. გარდაქმნის პარამეტრები აღებულია იმ გათვლით, რომ ნომოგრამის ელემენტები განლაგდეს ნახაზზე მოხერხებულად.

ნომოგრამის ელემენტების ცვალებადობათა ღიაპაზონი აღებულია შემდეგ ზღვრებში:

$$0 \leq C_1 \leq 150; \quad 0 \leq C_2 \leq 5; \quad 50 \leq C_3 \leq 250;$$

$$0,001 \leq C_4 \leq 0,01;$$

$$0,15 \leq \beta \leq 5; \quad 20 \leq l \leq 250; \quad 0,5 \leq v \leq 10;$$

$$0,40 \leq g_0 \leq 5,60.$$

ამ მონაცემებით აგებული ნომოგრამა მოცემულია 4.7 ნახაზზე.

ამოცანის პირობისგან დამოკიდებით, ნომოგრამით სარგებლობის ხერხი შემდეგში მდგომარეობს:

1) მოცემულია C_1, C_2, C_3, C_4, l და v . უნდა ვიპოვოთ g_0 მინიმალური ხარჯები. ვაღებთ გამჭვირვალე ტრანსპარანტს უძრავ ნაწილზე ისე, რომ (C_1, l) ბინარულ ველში C_1 და l გადაკვეთის წერტილს შეუთავსდეს ტრანსპარანტის (C_2, l) ბინარულ ველში C_2 და v გადაკვეთის წერტილი, ხოლო C_4 სკალაზე მოცემულ წერტილს - I მუწვი სკალა, ამასთან ორივე ნაწილზე არსებული პერიზონტალური მიმმართველი წრფეები უნდა იყვნენ პარალელური. ამ მომენტში g_0 წრფეთა ოჯახის წრფე, რომელიც გადაკვეთს მოცემულ C_3 სკალას, მოგვცემს g_0 -ის მინიმალურ სიდიდეს - ლ/ტ.

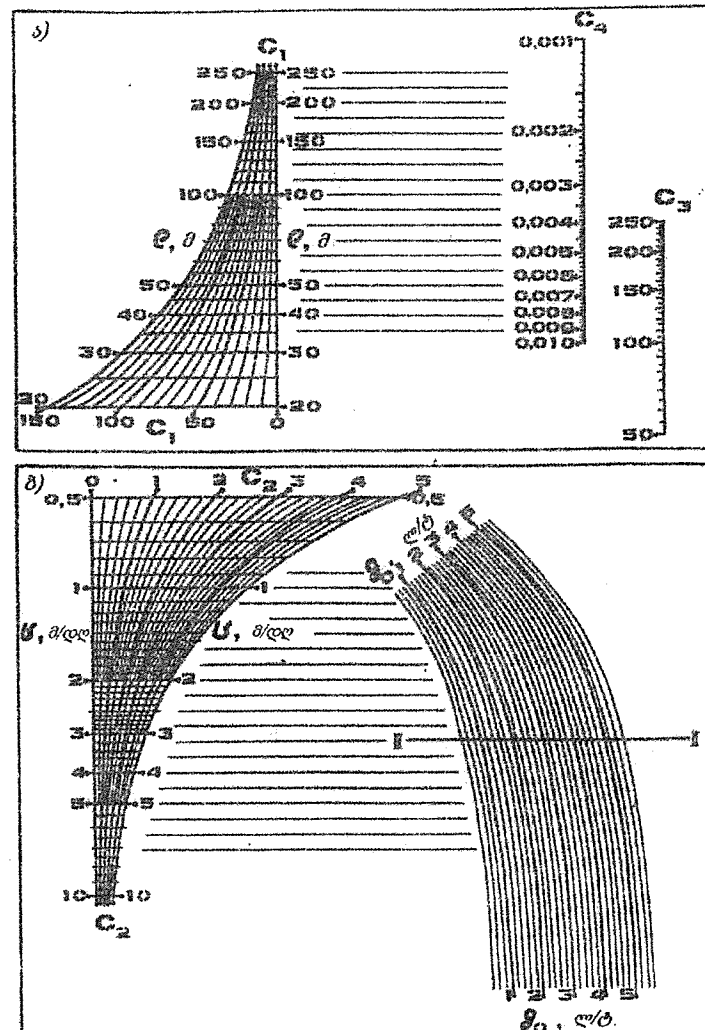
2) მოცემულია C_1, C_2, C_3 , და C_4 მნიშვნელობები. საჭიროა ვიპოვოთ g_0 სიდიდე, l და v ოპტიმალური მნიშვნელობებისას. სწორედ ეს არის ნომოგრამის აგების მთავარი მიზანი.

აღვნიშნოთ l და v პარამეტრების ოპტიმალური სიდიდეები l^* და v^* , რომლებიც გვაძლევს g_0^* მინიმალურ სიდიდეს. l^*, v^* და g_0^* იქნებიან C_1, C_2, C_3 და C_4 ფიქსირებული კოეფიციენტების ფუნქციები. ამ შემთხვევაში ნომოგრამა გვაძლევს შესაძლებლობას არა მარტო ვიპოვოთ l^*, v^* და g_0^* მოცემული C_4 სიდიდეებისას, არამედ გამოვავლინოთ თუ როგორც მოქმედებენ l და v გადახრები მათივე ოპტიმალური სიდიდეებიდან g_0 სიდიდეზე.

კონკრეტულობისათვის ავიღოთ კერძო მაგალითი. $C_1 = 50, C_2 = 2, C_3 = 150, C_4 = 0,005$. უნდა ვიპოვოთ g_0^*, l^* და v^* .

გადავაადგილოთ ორიენტირებული გამჭვირვალე ტრანსპარანტი ნომოგრამის უძრავ ნაწილზე ისე, რომ I მუწვი სკალა შეუთავსდეს მოცემულ 0,005-ს C_4 სკალაზე. გადავწევთ ტრანსპარანტს მარჯვნივ ან მარცხნივ (თვალი უნდა ვადევნოთ, რომ 0,005 დარჩეს I სკალაზე და მიმმართველი წრფეები დარჩნენ პარალელურნი) მანამდე, სანამ არ მივიღებთ g_0 -ის მინიმალურ სიდიდეს $C_3 = 150$ ჩანაწიშის g_0 წრფეებთან გადაკვეთაზე. ამასთან უნდა გადაიკვეთოს $C_1 = 50$ აღმნიშვნელი მრუდი (C_1, l) ბინარულ ველში $C_2 = 2$ აღმნიშვნელ მრუდთან (C_2, v) ბინარულ ველში. C_2 და C_3 შესხების წერტილში წავიკითხავთ $l^* = 70,7$ მ, $v^* = 2,83$ მ/დ და $g_0^* = 2,18$ ლ/ტ. იმაგდროულად ვადგენთ, რომ $60 \leq l \leq 80$ და $2,5 \leq v \leq 3,1$ ზღვრებში l და v ცვლილება ცვლის $g_0^* = 2,18$ ლ/ტ 3 - 5%-ის ფარგლებში.

ამრიგად, მინიმალური ხარჯებისა და იმედროულად, ოპტიმალური პარამეტრების დადგენა ანალიზური ამოცანიდან დაეყვანეთ გრაფიკულად ამოხსნად ამოცანაზე ტრანსპარანტული ნომოგრამის აგებით და მასზე მარტივი გეომეტრიული ოპერაციების შესრულებით. ამის გარდა, საშუალება გვქვია გავანალიზოთ მიზნობრივი ფუნქცია, კერძოდ როგორ მოქმედებს ფიქსირებული C_1 კოეფიციენტების ცვლილება საოპტიმიზაციო პარამეტრების ცვლილებებზე, აგრეთვე როგორ იცვლება მინიმალური g_0 ხარჯები ოპტიმალური l^* და v^* პარამეტრების ცვლილებისას.



ნახ. 4.6 ნომოგრამა (4.20) დამოკიდებულებებისათვის:
ა) უძრავი ნაწილი, ბ) ტრანსპარანტი

ბოლოვნება

წიგნში წარმოდგენილი საინჟინრო-გეოდეზიური ამოცანების გრაფიკული გადაწყვეტის გზა აჩვენებს მათ ეფექტურობას სიმარტივისა და თვალსაჩინოების თვალსაზრისით. მრავალ შემთხვევაში გრაფიკული მეთოდები საშუალებას გვაძლევს გამოვიკვლიოთ მოცემული მათემატიკური მოდელების ექსტრემალური თვისებები, გავანალიზოთ მოდელში შემავალი პარამეტრების ურთიერთდამოკიდებულებები და მათი გავლენა ფუნქციაზე.

წიგნში მოცემული მრავალი მაგალითიდან ნათლად ჩანს, თუ რა საინტერესო ინფორმაცია შეიძლება წარმოვაჩინოთ გრაფიკულად, თავისთავად არცთუ საინტერესო ციფრული მონაცემებისგან, რომელთა ანალიზური დამუშავება ხსნის ამოცანას, მაგრამ ამავე დროს ბევრ საინტერესო დეტალს ფარავს. გრაფიკულ ამონახსნს მაშინ აქვს უმაღლესი ღირებულება, როდესაც გვაძლევს შეგაშინოთ ის, რასაც ნაკლებად ველოდით დაგვეჩვენა.

ასევე მნიშვნელოვანია გრაფიკული მეთოდები ფუნქციონალურ დამოკიდებულებათა ისეთი კვლევებისათვის, როგორიცაა: ფუნქციაში შემავალი პარამეტრების ექსტრემალურ თვისებათა კვლევა; ემპირიული ფორმულის პარამეტრების დადგენა; პარამეტრების ცვლილებათა საძიებელ სიდიდეზე გავლენის დადგენა ა.შ.

ამიტომაც საყოველთაო კომპიუტერიზაციის პირობებშიც კი შემეცნების თვალსაზრისით აქტუალურ ამოცანად გვესახება გრაფიკული მეთოდების გამოყენების შემდგომი განვითარება და მათი პრაქტიკული გამოყენების გაფართოება. ამ შემთხვევაში კომპიუტერი იძენს მასტიმულირებელ მნიშვნელობას, რადგანაც მისი დახმარებით გაცილებით იოლია ნომოგრამების აგება. ნომოგრამები ასეთ დროს კომპიუტერის ისეთივე პროდუქტია იქნება, როგორც რიცხობრივი ამონახსნები და მათ საფუძველზე შედგენილი ცხრილები.

ნომოგრამების ავტომატური აგებისათვის პროცედურების დამუშავება მათი კომპიუტერული კონსტრუირების რეალურ შესაძლებლობას მოგვცემს, რითაც ნომოგრამები გახდება მანქანური ნომოგრაფიის უფრო მარტივად ხელმისაწვდომი პროდუქტია.

1. Хованский Г.С. Номография и ее возможности. М., Наука, 1977.
2. Блох Л.С. Практическая номография. „Вышш. школа“, М., 1971.
3. Месхи М.А. Установление оптимальных параметров систем разработки мощных наклонных пластов (на примере Ткибули - Шаорского каменноуг. м-ния), Дисс. на соиск. уч. степ. К.Т.Н. Тбилиси, 1982.
4. მ. თევზაძე, მ. მესხი. საინჟინრო ნაგებობათა დაწეგნების პროგნოზირებისას პარამეტრების დადგენის გრაფიკული მეთოდი. სტუ-ს შრომები №1 (406), 1995წ.
5. მ. მესხი, გ. ჭიაურელი. ნაგებობათა დეფორმაციების პროგნოზირებისათვის ემპირიული პარამეტრების დადგენის გრაფიკული მეთოდი. სტუ-ს შრომები №1 (475), 2010წ. გვ.54-58.
6. Герсеванов Н.М. Основания номографического исчисления с приложением их к инженерному делу, Петербург, 1906.
7. Хованский Г.С. Основы номографии. М. Недра. 1976.
8. Козлова Е.Г. Подлевских Л.В. Синько В.И. Применение номограмм в управлении запасами на машиностроит. предпр. М. Машиностр, 1981.
9. Хованский Г.С. Номограммы с ориентированным транспарантом. М., 1957.
10. Хованский Г.С. Применение номограмм для исследования экстремальных свойств функц. зависимостей, в кн.: номогр. сб. №3. М., ВЦ АН СССР, 1965, 76-102.
11. Гусев С.И. Номографический метод определения оптимальных параметров дренажа, в кн.: номограф. сб. №6. М., ВЦ АН СССР, 1969, 47-54.
12. თევზაძე ნ. საინჟინრო გეოდეზია. ტ. IX „განათლება“, თბ. 1980.
13. Методы и приборы высокоточных геодезических измерений в строительстве. Под редакц. В.Д. Большакова. М., Недра, 1976.
14. თევზაძე მ., მესხი მ. გამოყენებითი გეოდეზიის კურსი, I ნაწილი. საინჟინრო-გეოდეზიური სამუშაოების ძირითადი მეთოდები და პრინციპები. „ტექნ. უნივერს“, თბ., 2011.
15. Практикум по курсу прикладной геодезии. Авт.: Н.Н. Лебедев, В.Е. Новак, Г.П. Левчук и др. М., Недра, 1977.
16. თევზაძე ნ. საინჟინრო გეოდეზია. ტ. VIII „განათლება“, თბ., 1979.
17. თევზაძე მ., მესხი მ. გამოყენებითი გეოდეზიის კურსი, II ნაწილი. გეოდეზიური სამუშაოები საინჟინრო ნაგებობათა მშენებლობისას. „ტექნ. უნივერს“. თბ., 2012.
18. Применение геодезических засечек, их обобщенные схемы и способы машинного решения (П.И. Баран, В.И. Мацкевич, Ю.В. Полишук и др.) М., Недра 1986.
19. Андреева Ф.В., Борисенко Б.Г. Вузяттов В.Г. и др. Геодезическое обеспечение жилищно-гражданского промышленного строительства. М., Недра, 1988.

წინათქმა	3
შესავალი	5
თავი 1. ძირითადი ცნობები ნომოგრაფიაში	8
1.1. ნომოგრაფია და მისი შესაძლებლობები	8
1.2. ნომოგრაფიის ძირითადი ცნებები	11
1.3. ნომოგრაფიული გამოთვლების სიზუსტე	17
1.4. პირდაპირი ნომოგრაფია და მისი აგების მეთოდიკა	20
1.5. გასწორებული წერტილების ნომოგრაფია და მისი აგების მეთოდიკა	23
1.6. ტრანსპარანტული ნომოგრაფია და მისი აგების მეთოდიკა	30
თავი 2. საინჟინრო გეოდეზიის ამოცანები, წარმოგვნილი ბაღუბი ნომოგრაფიით	38
2.1. მრავალსაფეხურიან ქსელში ცალკეული საფეხურის სიზუსტის ანგარიში	38
2.2. ღირეცეული კუთხის შეცდომა გავრცელებულ პოლიგონომეტრიულ სვლაში	46
2.3. ტრილატერაციის ქსელში კუთხის განსაზღვრის სიზუსტე	48
2.4. პირდაპირი კუთხური გადაკეთის ფარდობითი შეცდომა	52
თავი 3. გეოდეზიური ამოცანები, წარმოგვნილი ბასწორეგული წერტილების ნომოგრაფიით	56
3.1. მრუდის მოხვევის კუთხის ანგარიში სერპანტინის ელემენტების დადგენისას	56
3.2. წრიული მრუდის ელემენტების ანგარიში	59
3.3. ტაქსომეტრიული აგეგმვისას მანძილებისა და აღმატებების ანგარიში	62
3.4. სააგეგმო ქსელებში საფეხურების რაოდენობისა და სიზუსტის უზრუნველყოფის კოეფიციენტის ანგარიში	64
თავი 4. გეოდეზიურ-მატემატიკური ამოცანები წარმოგვნილი ტრანსპარანტული ნომოგრაფიით	66
4.1. სამშენებლო ბადის ელემენტების განაზომთა სიზუსტის ანგარიში	66
4.2. ბარომეტრიული ნიველოზით აღმატებების ანგარიში	70
4.3. საინჟინრო ნაგებობათა დეფორმაციების პროგნოზირების ექსპონენციალური მოდელის ემპირიული პარამეტრების დადგენა გრაფიკულად	72
4.3.1. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწეგნებით	73
4.3.2. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწეგნებითა და სიჩქარეებით	77
4.3.3. ემპირიული პარამეტრების დადგენა დაწეგნებით, სიჩქარეებითა და აჩქარებებით	80
4.4. დეფორმაციების პროგნოზირების ჰიპერბოლური მოდელის ემპირიული პარამეტრების დადგენა გრაფიკულად	83
4.5. გრაფიკული მეთოდის გამოყენება ოპტიმალური პარამეტრების დასადგენად	87
ბოლოთქმა	91
ლიტერატურა	92
სარჩევი	93

ტირაჟი 50 ეგზ.
ი.მ. "გოჩა ღალაქიშვილი"